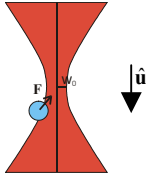


Pinces optiques

Phénomène : De petites particules diélectriques de taille micrométrique sont piégées près du point focal d'un faisceau laser étroitement collimaté



Faisceau gaussien collimaté

Si le faisceau laser n'est pas trop collimaté, la description gaussienne est une bonne approximation :

$$\frac{I(\mathbf{r})}{I(0)} = \frac{1}{1 + 4s_f^2(kz)^2} \exp\left(-\frac{2s_f^2(k\rho)^2}{1 + 4s_f^2(kz)^2}\right) \quad s_f = \frac{1}{kw_{0,l}}$$

où s_f est le **facteur de forme** du faisceau.

Plus s_f est grand, plus le faisceau est collimaté. La limite de s imposée par diffraction est $s < 1/\pi, w_{0,l} > \lambda/2$.

Approximation dipolaire : $D \ll \lambda_b$

Dans un champ statique, une particule diélectrique acquiert un moment dipolaire $\mathbf{p} = \epsilon_b \epsilon_0 \alpha \mathbf{E}$ où α est la **polarisabilité statique**.

Si la particule est suffisamment petite, $D \ll \lambda_b$, la moyenne temporelle de la force optique se divise en deux parties : **une partie radiative** (\mathbf{F}_r),

et **une partie « gradient »**, (\mathbf{F}_g)

$$\langle \mathbf{F}_r \rangle \equiv \frac{\epsilon_m \epsilon_0 |\mathbf{E}_{i,c}(\mathbf{r})|^2 k^4 \alpha^2}{6\pi} \hat{\mathbf{k}} \quad \langle \mathbf{F}_g \rangle \equiv \frac{\epsilon_m \epsilon_0 \alpha}{2} \nabla |\mathbf{E}_{i,c}(\mathbf{r})|^2$$

La force peut s'écrire :

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \epsilon_b \epsilon_0 |\mathbf{E}_{i,c}(0)|^2 (\bar{\sigma}_r + \bar{\sigma}_g) = \frac{I(0)}{v_b} \bar{\sigma}_p$$

En aval du point focal, ces deux forces s'opposent, et le piégeage sur l'axe du faisceau ne se fait que s'il existe une région où $|\langle \mathbf{F}_g \rangle| > |\langle \mathbf{F}_r \rangle|$

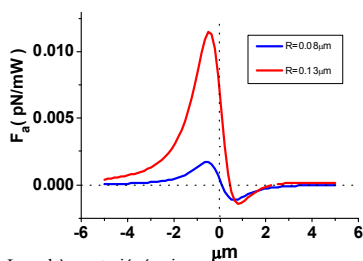
Cas d'une particule sphérique :

$$\alpha = 4\pi \left(\frac{\epsilon_s - \epsilon_b}{\epsilon_s + 2\epsilon_b} \right) R^3$$



$$\hat{\mathbf{z}} \cdot \bar{\sigma}_p = \frac{\pi R^2 8(kR)}{1 + 4s_f^2(kz)^2} \left[\frac{\rho^2 - 1}{\rho^2 + 2} \right] \left[\frac{(kR)^3}{3} \left(\frac{\rho^2 - 1}{\rho^2 + 2} \right) - \frac{2s_f^2(kz)}{1 + 4s_f^2(kz)^2} \right]$$

Pour une sphère d'indice $n_s=1.46$ immergée dans l'eau $n_b=1.33$, et un faisceau laser $\lambda_0=1.06\mu\text{m}$, avec ($s_E=0.25, s_S=0.31$), $w_{0,E} \approx 0.51\mu\text{m}$, $w_{0,S} \approx 0.55\mu\text{m}$.



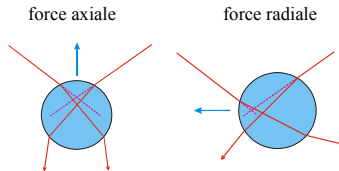
La sphère est piégée si :

$$R < \frac{\lambda_b}{2\pi} \left[s^2 \frac{3}{2} \frac{\rho^2 + 2}{\rho^2 - 1} \right]^{1/3} \quad \rho = \frac{n_s}{n_b}$$

la taille limite est $R_{\text{lim}} \approx 0.18 \lambda_b \approx 145\text{nm}$.
(les sphères couramment piégées sont souvent nettement plus grandes)

Approximation optique : $D \gg \lambda_b$

Pour des particules grandes par rapport à la longueur d'onde, on peut utiliser l'optique géométrique :



La force prédite par l'optique géométrique pour une sphère est indépendante de sa taille.

Cette méthode ne permet pas le calcul des contributions de la force qui sortent du domaine de l'optique géométrique (diffraction, domaine de Rayleigh,...).

Traitement électromagnétique

(D arbitraire)

Tenseur de Maxwell

La moyenne temporelle de la force optique sur un objet matériel dans un milieu homogène s'écrit :

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \oint \bar{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{n}} ds$$

où $\bar{\mathbf{T}}$ est la moyenne temporelle du **tenseur de Maxwell** dans le **domaine harmonique** avec $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}\}$

$$\bar{\mathbf{T}}_{ij} = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \epsilon_b \epsilon_0 \mathbf{E}_i \mathbf{E}_j^* + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}_i \mathbf{B}_j^* - \frac{\delta_{ij}}{2} \left(\epsilon_b \epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{\mu_0} |\mathbf{B}|^2 \right) \right\}$$

Un calcul montre que la force peut s'écrire :

$$\langle \mathbf{F} \rangle = \frac{I(0)}{v_b} \bar{\sigma}_p \equiv \frac{2}{\pi w_{0,l}^2} \frac{W_i}{v_b} \bar{\sigma}_p$$

où W_i est la puissance incidente du faisceau laser.

$$\bar{\sigma}_p = \bar{\sigma}_c - \bar{\sigma}_a$$

$$\bar{\sigma}_c \equiv -\frac{1}{2I(0)} \left(\frac{\epsilon_b \epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} \oint \hat{\mathbf{n}} \{ \mathbf{E}_s^* \cdot \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_i^* \cdot \mathbf{E}_s \} ds$$

$$\bar{\sigma}_a \equiv \frac{1}{2I(0)} \left(\frac{\epsilon_b \epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} \oint \hat{\mathbf{n}} \mathbf{E}_s^* \cdot \mathbf{E}_s ds$$

où les intégrales sont évaluées dans la limite du champ lointain.

Développement multipolaire du faisceau incident

L'onde incidente est développée sur une base d'ondes « partielles » dénommées \mathbf{M} et \mathbf{N} :

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) \propto \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{m=n} \left[Rg\{ \mathbf{M}_{n,m}(k\mathbf{r}) \} a_{nm}^M + Rg\{ \mathbf{N}_{n,m}(k\mathbf{r}) \} a_{nm}^N \right]$$

$$= Rg\{ \Psi'(\mathbf{kr}) \} a$$

Matrice de transition :

L'onde diffusée par la particule peut s'écrire :

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) \propto \Psi'(\mathbf{kr}) f$$

où f est construit à partir des coefficients des ondes partielles sortantes.

La matrice de transition exprime les coefficients de l'onde diffusée en fonction de ceux de l'onde incidente.

$$f = T a$$

Expressions analytiques :

On obtient des expressions analytiques pour la force optique en fonction des coefficients de l'onde incidente, a , et de la matrice de transition, T .

Pour un objet centré en \mathbf{x} , la force dans une direction $\hat{\mathbf{u}}$ s'écrit :

$$\hat{\mathbf{u}} \cdot \bar{\sigma}_c = -\frac{1}{k^2} \text{Re} \{ a^* J^*(k\mathbf{x}) \Lambda(\hat{\mathbf{u}}) T J(k\mathbf{x}) a \}$$

$$\hat{\mathbf{u}} \cdot \bar{\sigma}_a = \frac{1}{k^2} a^* J^*(k\mathbf{x}) T^* \Lambda(\hat{\mathbf{u}}) T J(k\mathbf{x}) a$$

où $J(k\mathbf{x})$ est une **matrice de translation-addition**

Théorème de translation-addition

Le théorème de translation-addition exprime les ondes partielles développées autour d'une origine donnée comme une combinaison linéaire d'ondes partielles développées autour d'un point différent :

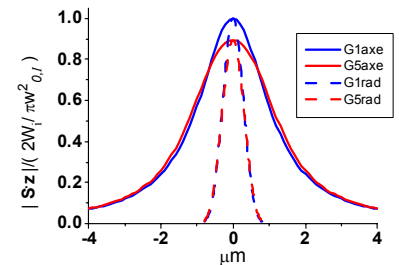
$$Rg\{ \Psi'(\mathbf{kr}) \} = Rg\{ \Psi'(\mathbf{kr}') \} J(\mathbf{kx})$$

avec $\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{x}$

Piégeage d'une particule sphérique en fonction de la forme du faisceau

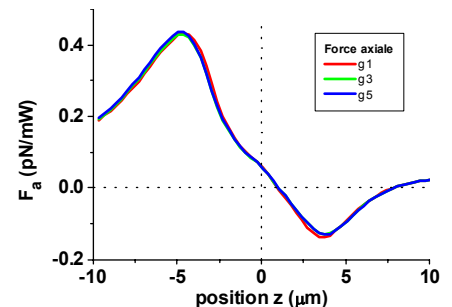
Faisceau Davis :

L'approche de Davis des faisceaux laser prévoit que la description Gaussienne n'est adéquate que dans la mesure où le facteur de forme s du faisceau est petit.



Piégeage axial :

Force axiale sur une sphère de silice plongée dans l'eau et de rayon $2.1\mu\text{m}$.



La diffusion de la lumière par de grandes sphères est fortement orientée vers l'avant.

Paramètre d'asymétrie

Onde plane : $g \approx 0.92$
Faisceau laser : $g \approx 0.96$

$$g \equiv \frac{1}{\sigma_s} \int \hat{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{n}} \frac{d\sigma_s(\hat{\mathbf{n}})}{d\Omega} d\Omega$$

Perspectives :

- Simulation de faisceaux expérimentaux
- Comparaison des forces calculées avec des mesures expérimentales.
- Calcul des forces optiquement induites dans un piège contenant plusieurs diffuseurs.
- Etude de la forme des particules sur la force optique.