LGPI-M 2010

Initiation au langage C/C++

Feuille 5 / Calcul scientifique

I. On peut à lôaide de la fonction **rand** contenue dans la bibliothèque <cstdlib>, générer un nombre aléatoire entier compris entre 0 et RAND_MAX (qui est entier égal à 2^{32}-1).
Pour générer un nombre aléatoire x compris entre 0 et 1 (qui nôest donc pas un entier), on écrit : x = (float) rand()/RAND_MAX. La fonction rand() renvoie un nombre entier, et on convertit en un nombre réel le résultat de la division dôun entier par un entier comme indiqué.
[*Remarquez que la fonction rand est une fonction sans argument*].

Si on a deux nombres aléatoires notés *x* et *y* compris entre 0 et 1 et que lôon porte en abscisse la valeur de *x*, en ordonnée la valeur de y, le point ayant (x,y) pour coordonnées dans le plan est nécessairement contenu dans un carré de côté 1.
Ecrivez un programme qui permet de tirer consécutivement deux nombres aléatoires *x* et *y* compris entre 0 et 1, un très grand nombre de fois (noté *N*). On note *n* le nombre de fois que parmi les *N* doubles tirages, le couple (*x*,*y*) est tel que $\sqrt{x^2+y^2}<1$.
Affichez à lôécran (ou encore sur-la-sortie-standard, suivant la terminologie consacrée) le nombre $4\frac{n}{N}$. Que constatez vous ?

III. Vous allez calculer $A=\int_a^b f(x)dx$ pour les fonctions :

$f(x)=\frac{1}{x}$ avec $a=0.1$ et $b=2$, puis a=0.01 et b=0.1

$f(x)=\sin x$ avec $a=0.1$ et $b=\pi$

Pour cela utiliser :

a) La méthode des rectangles :

Lôintégrale de la fonction f(x) est égale à la surface sous la courbe comprise entre les bornes a et b. On peut approcher ce résultat en faisant la somme des rectangles montrés au dessus :

$$A \approx \sum_i (x_{i+1}-x_i) f\left(\frac{x_i+x_{i+1}}{2}\right)$$

Il faut prendre un pas $h=x_{i+1}-x_i$ suffisamment petit pour que le résultat soit proche de celui attendu.

b) La méthode des trapèzes :

$$A \approx \sum_i (x_{i+1}-x_i) \frac{f(x_i)+f(x_{i+1})}{2}$$

c) la méthode de Simpson

$$A \approx \sum_i \frac{x_{i+1}-x_i}{6}\left[f(x_i)+4f\left(\frac{x_{i+1}+x_i}{2}\right)+f(x_{i+1})\right]$$

Ecrivez un programme qui vous permette de choisir la méthode dôintégration vous souhaitez utiliser. Afficher la valeur calculée de *A* ainsi que la valeur attendue.