

Electricité et magnétisme - TD n°4
Champs électriques créés par des conducteurs à l'équilibre

1. Sphères conductrices chargées et effet de pointe

Une sphère S_1 , parfaitement conductrice, de rayon $R_1 = 9\text{cm}$, porte une charge Q_1 ; elle est placée dans le vide.

- (a) Quelle est la distribution de charges?
- (b) Donner le champ créé dans tout l'espace par cette distribution de charges. En déduire le potentiel dans tout l'espace.
- (c) Exprimer le champ à la surface de la sphère S_1 en fonction de Q_1 , R_1 et ϵ_0 puis avec σ , densité surfacique de charges, et ϵ_0 .

Une deuxième sphère conductrice, S_2 , de rayon $R_2 = 3\text{cm}$, initialement neutre, est maintenant reliée par un fil conducteur long et fin à la sphère S_1 précédente (figure 1). On supposera que le fil ne porte aucune charge et que les effets d'influence d'une sphère sur l'autre sont négligeables. Après connexion, les charges des deux sphères sont notées respectivement Q'_1 et Q'_2 .

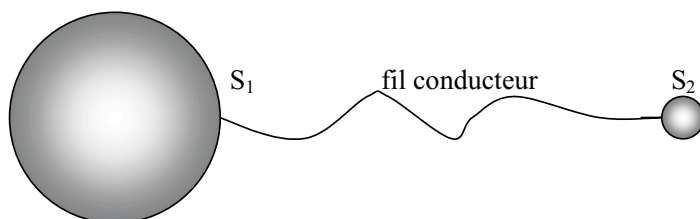


Figure 1: Deux sphères conductrices reliées

- (d) Exprimer Q'_1 et Q'_2 en fonction de R_1 , R_2 et de Q_1 .
- (e) Calculer les champs \vec{E}_1 et \vec{E}_2 à la surface des deux sphères; en déduire une relation entre le rapport $\|\vec{E}_1\|/\|\vec{E}_2\|$ et le rapport R_1/R_2 . Faire l'application numérique, que conclure?

2. Sphères concentriques

- (a) On considère une sphère conductrice pleine, de rayon R_1 , portée au potentiel V_1 . Calculer la charge Q_1 portée par la sphère. Spécifier la distribution de cette charge.
- (b) En gardant la sphère 1 au même potentiel, on la place au centre d'une deuxième sphère conductrice, creuse, de rayon intérieur R_2 et extérieur $R_2 + d$, portée au potentiel $V_2 = 0$. On note Q_1 et Q_2 les charges portées par chacune des sphères.
- Déterminer le champ électrique dans tout l'espace, en fonction de Q_1 et Q_2 . En déduire le potentiel partout.
 - Quel est le lien entre Q_1 et Q_2 ?
 - Quelle est la charge sur la surface extérieure de la deuxième sphère?
 - Calculer la capacité de ce système.
- (c) Reprendre cet exercice avec la sphère 2 électriquement neutre ($Q_2 = 0$) et électriquement isolée (isolée à la fois de la sphère 1 et de la terre).
- Déterminer le champ électrique dans tout l'espace, en fonction de Q_1 . En déduire le potentiel partout.
 - Quelle est la charge sur la surface extérieure de la deuxième sphère?
 - Calculer la capacité de ce système.
- (d) Calculer l'énergie électrostatique des trois systèmes ((a), (b) et (c)) grâce à la formule :

$$\varepsilon_e = \frac{1}{2} \int_S \sigma(P) V(P) dS_P$$

- (e) Calculer l'énergie électrostatique des trois systèmes ((a), (b) et (c)) en utilisant à la formule :

$$\varepsilon_e = \frac{\epsilon_0}{2} \int \|\vec{\mathbf{E}}(P)\|^2 dV_P$$

- (f) Imaginer que la sphère de la partie (a) a une charge q . Le travail nécessaire afin d'amener une charge additionnelle dq est

$$dW = \frac{q dq}{4\pi\epsilon_0 R_1}$$

Calculer le travail total nécessaire afin de charger la sphère à une charge Q_1 . (Pouvez-vous généraliser cette étude aux cas (b) et (c) ?)