

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1} \quad , \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \simeq 9 \cdot 10^9 \text{ F.m}^{-1}, \quad \vec{F}(\rho, \phi, z)$$

$$\text{En cylindrique : } \vec{\text{rot}} \vec{F}(\rho, \phi, z) = \frac{1}{\rho} \vec{u}_\rho \left[\frac{\partial F_z}{\partial \phi} - \frac{\partial (\rho F_\phi)}{\partial z} \right] + \vec{u}_\phi \left[\frac{\partial F_\rho}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial \rho} \right] + \frac{1}{\rho} \vec{u}_z \left[\frac{\partial (\rho F_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial F_\rho}{\partial \phi} \right] \quad (1)$$

1. Électrostatique :

Le diagramme ci-dessous montre trois charges fixées dans les positions $\vec{OP}_1 = (0,0)\text{m}$, $\vec{OP}_2 = (15,0)\text{m}$, $\vec{OP}_3 = (-5, 5\sqrt{3})\text{m}$, (on ignore la coordonnées z puisque on est dans un plan $z = \text{cte}$).

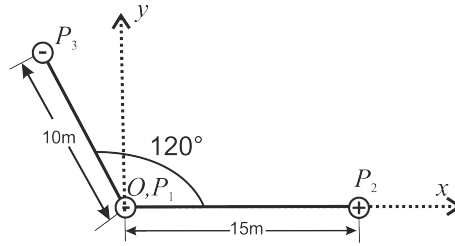


FIGURE 1 – Trois charges $q_1 = -1 \times 10^{-3} \text{ C}$, $q_2 = +3 \times 10^{-3} \text{ C}$ et $q_3 = -2 \times 10^{-3} \text{ C}$.

Répondre aux questions suivantes avec formules, application numérique, et unités.

- Calculer le potentiel électrique, $V_{23}(P_1)$ produit par les charges q_2 et q_3 à la position, P_1 (c.-à-d. l'origine) de la charge q_1 (On prend $V(\infty) = 0$).
- Calculer le moment dipolaire, $\vec{p}$ du système.
- Calculer l'énergie électrostatique, $\mathcal{E}_e$, du système de trois charges.

2. Calculs vectoriels :

Répondre aux questions suivantes avec formules, analyse numérique, et unités.

- Calculer le champ électrique, $\vec{E}_{23}(P_1)$ produit par les charges q_2 et q_3 à la position P_1 (à l'origine) de la charge q_1 pour la configuration de la question précédente.
- Calculer la force électrostatique totale, $\vec{F}_{\rightarrow q_1}(P_1)$ sur la charge $q_1 = -1 \times 10^{-3}$ située à P_1 (l'origine).
- On considère un potentiel vecteur, $\vec{A}(\rho, \phi, z) = C \vec{u}_z \rho^3 \sin \phi$. (C est une constante avec des unités appropriées.) Trouver le champ $\vec{B}(\rho, \phi, z) = \vec{\text{rot}} \vec{A}$. (Pas d'A.N.)

3. Force et champ magnétique :

Un fil droit, de longueur $\ell = 5\text{cm}$, se situe dans le plan xOy où il est immergé dans un champ magnétique uniforme, $\vec{B} = B_0 \vec{u}_x$ avec $B_0 = 0,04\text{T}$ (illustré dans la figure 2). Un courant de 8A circule dans un fil qui forme un angle de 30° ($\pi/6$) avec la direction du champ magnétique, $\vec{B}$.

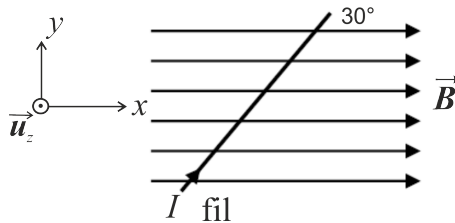


FIGURE 2 – Fil droit, de courant I à un angle de $\theta = \pi/6 = 30^\circ$ d'un champ magnétique.

- Exprimer la force par unité de longueur exercée sur le fil (formule, direction, unités, et A.N.).
- Dessiner un croquis du fil dans le champ magnétique et montrer la direction de la force.
- Décrivez l'orientation du fil qui maximisera cette force.
- (Question à part) Un long fil droit, de résistance $R = 2\Omega$ est connecté à une batterie de 20 V ayant une résistance interne négligeable. Faire un schéma et dessiner les lignes de champ, $\vec{B}$. Calculez le champ magnétique $\vec{B}(d)$ en un point situé à $d = 20 \text{ mm}$ perpendiculairement au fil et faire l'A.N. pour $|\vec{B}(d = 20\text{mm})|$.

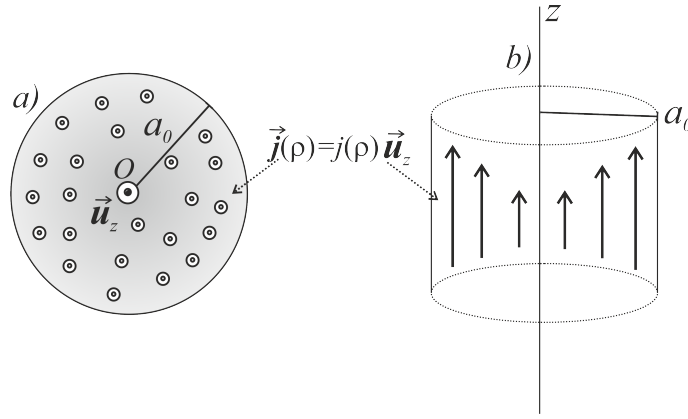


FIGURE 3 – Densité de courant dans un région $\rho \leq a_0$. Deux perspectives : a) en face de l'axe Oz et b) vu latéral.

4. **Magnétostatique : Loi d'Ampère :** Un volume de l'espace, $\rho \leq a_0$ (schéma en fig.(3)) en coordonnées cylindriques, est parcouru par une densité de courant, $\vec{j}(\rho, \phi, z) = j(\rho)\vec{u}_z$ (en coordonnées cylindriques). Le champ magnétique produit par cette densité de courant est $\vec{B}(\rho, \phi, z) = C\rho^2\vec{u}_\phi$. (Pour les questions, donner formules et unités uniquement : pas d'A.N.)

- (a) Quelles sont les dimensions de C en S.I. ?
- (b) Trouver le courant $I(\rho)$ enlacé par un cercle de rayon $\rho \leq a_0$ centré sur l'axe Oz .
- (c) Trouver la fonction $j(\rho)$ dans $\vec{j}(\rho) = j(\rho)\vec{u}_z$ (Spécifier les unités).

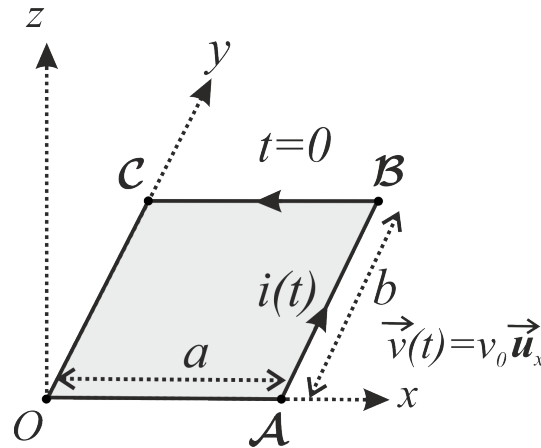


FIGURE 4 – Un circuit rectangulaire de dimensions a selon x et b selon y se déplace à vitesse constante, v_0 , dans un champ magnétique statique mais non uniforme. Un courant, $i(t)$, est induit dans le cadre par induction magnétique.

5. Flux magnétique et induction

Considérons un circuit électrique filiforme rectangulaire et rigide (de côtés a selon l'axe x et b selon l'axe y comme illustré dans la figure 4 à l'instant $t = 0$). Ce circuit fermé est immergé dans un champ magnétique *inhomogène*, $\vec{B}(x) = B_0 \frac{x}{b} \vec{u}_z$.

A l'instant $t = 0$, le bord gauche du circuit se trouve sur l'axe Oy . On déplace ce circuit à une vitesse constante, v_0 , le long de l'axe (Ox) de sorte que la position du bord gauche du circuit (OC) sur l'abscisse, $x(t)$, soit définie par l'équation : $x(t) = v_0 t$.

Spécifier les unités dans vos réponses ci-dessous (donner les formules en fonction de B_0 , a , b , v_0 , et R) avec A.N. ($B_0=3\text{T}$, $a=0,4\text{m}$, $b=1\text{m}$, $v_0=2\text{m.s}^{-1}$, et $R=2\Omega$) :

- (a) Calculer le flux magnétique, $\Phi(t)$, traversant le circuit en fonction du temps.
- (b) Donner l'expression de la force électromotrice, $e(t)$, induite dans le circuit.
- (c) Donner l'expression pour le courant induit, $i(t)$, et spécifier son sens. (la résistance du circuit est R).
- (d) Donner la force de Laplace, $\vec{F}_L(t)$, sur l'ensemble du circuit en fonction du temps.