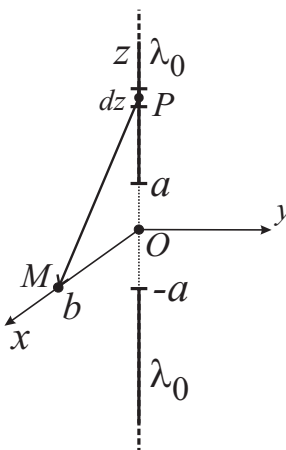


Partiel Electromagnétisme le 3 novembre 2009

- (4 pts) Trouver le champ électrique $\vec{E}$ à l'origine produit par une charge de 64,45 nC positionné à la position P (-4,3,2)m en coordonnées cartésiennes. Préciser les unités.
- (5pts) Considérer deux distributions de charge linéique λ_0 sur l'axe z : L'une des distributions s'étend de $z = a$ à ∞ et l'autre s'étend de $z = -a$ à $-\infty$. (voir le dessin)



- (a) Calculer le champ électrique, $\vec{E}$, à la position $(b, 0, 0)$.

On peut utiliser l'intégrale :
$$\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} = \left[\frac{z}{\rho^2 (\rho^2 + z^2)^{1/2}} \right]_{z_1}^{z_2}$$

- (b) A.N. $a = 4\text{m}$, $b = 2\text{m}$, et $\lambda_0 = 20\text{nC}$.

- (4pts) Considérons une région possédant une densité de charge volumique $\rho(r)$ (distribution de charge à symétrie sphérique). Le champ électrique produit par cette distribution a la forme

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Cr^2 \hat{r}}{\epsilon_0}$$

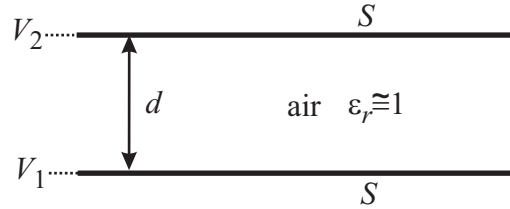
- Utiliser la forme intégrale du théorème de Gauss afin de calculer la quantité de charge, $Q(a)$, contenu dans une sphère de rayon a centrée sur l'origine.
- Utiliser la forme locale (différentielle) du théorème de Gauss afin d'en déduire l'équation de la densité de charge volumique $\rho(r)$. (Vous pouvez utiliser la formule pour la divergence en coordonnées sphériques) :

$$\text{div } \vec{A}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

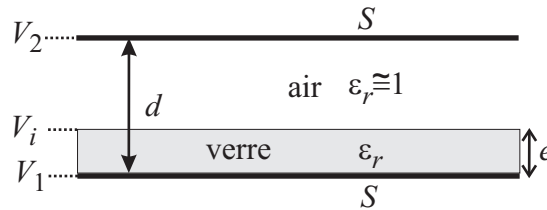
- Utiliser la densité volumique $\rho(r)$ trouvée en (b) afin de calculer $Q(a)$ en utilisant la formule :

$$Q(a) = \iiint_{r < a} \rho(r) dV$$

4. (2 pts) Considérons un conducteur plan dans l'air consistant de deux armatures plans de surface S séparés par une distance d et différence de potentiel $U = V_1 - V_2$ (voir le dessin). Nous adoptons l'approximation que d est beaucoup plus petit que les dimensions linéaires des armatures (approximation de plans infinis).



- (a) Donner la capacité du condensateur.
 (b) Exprimer l'énergie électrique, W_e , stockée par le condensateur (en fonction de U).
5. (5pts) On introduit ensuite entre les armatures un morceau de verre caractérisé par une constante diélectrique relative ϵ_r ayant les mêmes dimensions que les armatures et d'épaisseur $e < d$. Ce bloc de verre est accolé à l'armature portée au potentiel V_1 . (voir le dessin)



- (a) Trouver la capacité du condensateur en fonction de d , e , S , et de ϵ_r . **Indice :** traiter le problème comme un système de deux condensateurs en série ou en se servant du fait que le champ $\vec{D}$ (dans ce problème) est uniforme entre les deux armatures.
- (b) Trouver l'énergie électrique, W_e , stockée par ce condensateur (en fonction de U).
- (c) On prend maintenant $d = 1\text{cm}$, $e = 0,2\text{ cm}$, $\epsilon_r \simeq 6,5$ et on porte la différence de potentiel entre les armatures à $U = 29\text{kV}$. Le condensateur est maintenant près de sa limite de fonctionnement car l'air devient conducteur si le champ électrique dépasse $\sim 30\text{kV/cm}$. Déterminer le champ électrique entre le verre et l'armature 2. (Y-a-t-il claquage du condensateur ?)