

Partiel Electromagnétisme Année 2008-2009

Rédigez 4 exercices sur 6 au choix

1. On place quatre charges électriques dans le plan xOy , chacune sur un des sommets d'un carré de côté a . Deux des charges sont positives, $+q$, et sont placées aux coordonnées $(0, a)$, et (a, a) . Les deux autres sont négatives, $-q$, et sont placées aux coordonnées $(0, 0)$, et $(a, 0)$.

- (a) Calculer le champ électrique à la position $(a/2, a/2)$.
- (b) Calculer le moment dipolaire du système.
- (c) Calculer l'énergie électrostatique, W_e , du système.

2. Un câble coaxial est constitué d'un fil conducteur de rayon a , entouré par une gaine conductrice d'épaisseur négligeable de rayon b . Les deux conducteurs sont séparés par du vide. On relie la gaine à la terre et le fil est porté au potentiel V .

- (a) Calculer la capacité du câble par unité de longueur.
- (b) Calculer l'énergie électrostatique, W_e , du câble par unité de longueur.

Rappel : pour des distributions de charges surfacique :

$$W_e = \frac{1}{2} \int \sigma V dS$$

et par conséquent, pour un système de N conducteurs parfaits :

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_i^N Q_i V_i$$

3. On considère un condensateur plan constitué de deux armatures de surface S séparées par une distance d . Un générateur de tension continue garde une différence de potentiel U entre les deux armatures.

- (a) Ecrire la capacité du condensateur.
- (b) Calculer la charge Q sur les armatures du système.
- (c) Trouver l'énergie électrostatique, W_e , stockée dans le système.
- (d) Trouver la force entre les armatures du condensateur par un calcul direct ou par la méthode des travaux virtuels. Rappel :

$$\vec{F}_{\rightarrow i} = - \left(\vec{\text{grad}}_i W_e \right)_Q = \frac{U^2}{2} \vec{\text{grad}}_i C$$

4. On considère une région isotrope à symétrie sphérique, centrée sur une origine O . Le champ électrique dans cette région s'écrit $\vec{E}(M) = \frac{r}{c} e^{-r/c} \hat{\mathbf{u}}_r$ où c est une constante. On rappelle que $r \equiv \|\vec{\mathbf{OM}}\|$ et qu'en coordonnées sphériques :

$$\operatorname{div}(E(r) \hat{\mathbf{u}}_r) = \frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 E(r))}{dr}$$

- (a) Calculer la quantité de charge contenue dans une sphère de rayon a centrée sur l'origine.
 (b) Déterminer la densité de charge $\rho(M)$ du système.
 (c) Utiliser le résultat de (b) afin de vérifier le calcul en question (a). (On peut utiliser : $\int u^2 e^{-u} du = -(u^2 + 2u + 2) e^{-u}$ et $\int u^3 e^{-u} du = -(u^3 + 3u^2 + 6u + 6) e^{-u}$)

5. On considère une tige de densité linéique uniforme λ qui s'étend entre $z = -a$ et $z = a$.

- (a) Calculer le potentiel à une distance ρ de la tige en appliquant la solution intégrale du potentiel pour des distributions de charge linéiques. Vous pouvez en avoir besoin de l'intégrale :

$$\int \frac{dz}{\sqrt{z^2 + c^2}} = \ln \left(z + (z^2 + c^2)^{1/2} \right)$$

- (b) Calculer le champ électrique en ce point. (Rappel : le gradient en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\operatorname{grad}} V = \left(\hat{\mathbf{u}}_\rho \frac{\partial V}{\partial \rho} + \hat{\mathbf{u}}_\phi \frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{u}}_z \frac{\partial V}{\partial z} \right)$$

6. On considère un cadre carré de coté $L = 2a$ et de densité linéique uniforme λ .

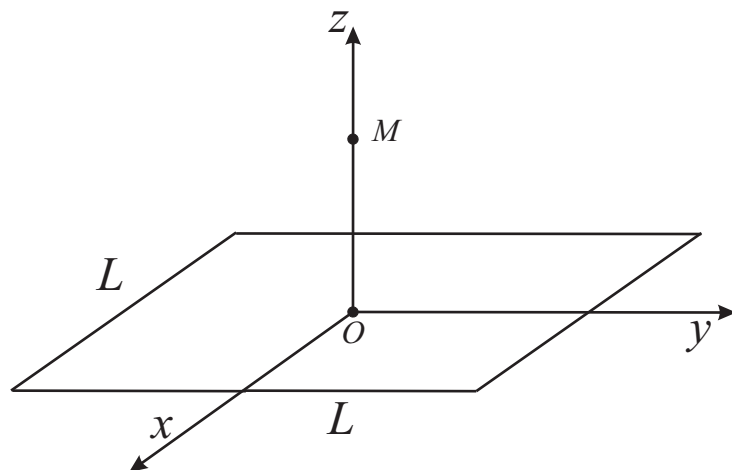


FIG. 1 – Cadre carré dans le plan xOy

- (a) Utiliser le résultat de la question 5 afin de trouver le potentiel sur l'axe du cadre (l'axe z du schéma) en fonction de z .
 (b) Utiliser le résultat de la question (a) afin de calculer le champ électrique sur l'axe.