Examen Partiel

Électricité et Magnétisme

Alberto Verga, 30 octobre, 2007.

Important : Tous les documents, manuscrits ou imprimés, sont interdits. Les calculatrices ainsi que tout autre appareil (téléphone, ordinateur, etc.), sont également interdits. La durée de l'examen est de *deux* heures.

P1. Une charge ponctuelle q est placée au centre d'une sphère creuse conductrice de rayon a. Calculez (a) le potentiel électrique ϕ et (b) le champ électrique $\boldsymbol{E}$ dans tout l'espace ; calculez (c) la distribution de charge induite sur la sphère.

P2. Un condensateur est formé par deux sphères concentriques de rayon a et b. La sphère intérieure a est chargée positivement avec une charge q ; la sphère extérieure b est chargée négativement avec une charge $-q$. Calculez (a) la capacité du condensateur et (b), montrez que pour $a, b \to \infty$ avec $b - a = d =$ const. la capacité tend vers celle de deux plans parallèles.

P3. Un modèle simple d'atome est celui d'une charge ponctuelle positive e (le noyau) située au centre d'une distribution sphérique de charge (l'électron) de densité :

$$\rho(r) = \frac{-e}{\pi a^3} \, \mathrm{e}^{-2r/a} \,,$$

où r est la coordonnée radiale (la charge totale de l'atome est nulle). Observez que la densité de charge volumique n'est pas uniforme. En présence d'un champ électrique extérieur $\boldsymbol{E}_0 = E_0 \hat{\boldsymbol{z}}$ constant, un déplacement d s'établit entre la sphère négative et le noyau positif. On suppose que le déplacement d est petit devant a : $d \ll a$. Calculez (a) le champ électrique $\boldsymbol{E}_e$ crée par la distribution de charge négative à une distance r du centre ; (b) montrez que pour $r \ll a$ le champ est approximativement

$$E_e(r) = -\frac{er}{3\pi\epsilon_0 a^3}$$

(Utilisez le développement $\mathrm{e}^x = 1 + x + x^2/2 + x^3/6$). (c) Déduisez le déplacement relatif d entre les charges par l'équilibre de forces (la charge positive est soumise au champ extérieur *et* au champ électrique crée par la charge négative) ; (d) calculez enfin, à partir de l'expression du moment dipolaire $p = ed$, la polarisabilité α de l'atome, et donnez une estimation numérique de α/ϵ_0 en m^3 ($a = 0.3\,\mathrm{nm}$). (Rappel : La polarisabilité est la constante de proportionalité entre le moment dipolaire et le champ appliqué.)