



## Examen Partiel

**Électricité et Magnétisme**

Alberto Verga, 2 novembre, 2006.

**Important** : Tous les documents, manuscrits ou imprimés, sont interdits. Les calculatrices ainsi que tout autre appareil (téléphone, ordinateur, etc.), sont également interdits. Tout échange ou déplacement non autorisé est susceptible d'entraîner la nullité de l'épreuve. La durée de l'examen est de *deux* heures.

**P1.** Soient deux charges sur l'axe  $z$ , séparées d'une distance  $d$  :  $-q$  en  $(0, 0, -d/2)$  et  $+q$  en  $(0, 0, d/2)$ .

(a) Calculez le potentiel électrique  $V_D$  dans un point  $\mathbf{r} = (r, \theta, \phi)$  en coordonnées sphériques en supposant que  $r \gg d$ . Définissez le *vecteur* moment dipolaire  $\mathbf{p}$ , et exprimez le potentiel de la question (a) sous une forme indépendante du système de coordonnées.

*Aide* : utilisez le vecteur unité dans la direction  $r$  et le produit scalaire.

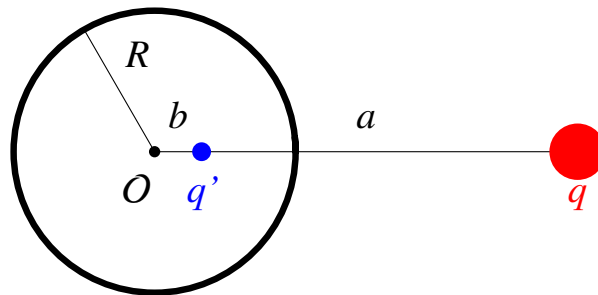
(b) Calculez le champ électrique  $\mathbf{E}_D$  du dipôle.

*Aide* : le gradient en coordonnées sphériques est

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right).$$

(c) On considère maintenant le dipôle  $\mathbf{p}$  et une charge  $Q$ . Calculez l'énergie d'interaction du dipôle avec la charge  $U(r, \theta)$ . Pour cela calculez le travail nécessaire (contre la force exercée par le dipôle, dont le champ est  $\mathbf{E}_D$ ) pour ramener la charge  $Q$  de l'infini  $\infty$  à une distance  $r$  du dipôle. Montrez que l'énergie  $U(r, \theta)$  peut s'écrire simplement comme  $U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$ , avec  $\mathbf{E}$  le champ électrique de  $Q$ .

**P2.** Soit une sphère conductrice de rayon  $R$  et une charge extérieure  $q$  située à une distance  $a$  de la sphère (l'origine de coordonnées coïncide avec le centre de la sphère). Le potentiel de la sphère est  $V = 0$ . Voir la figure pour la notation et la géométrie.



(a) Utilisez la méthode des images pour calculer le potentiel électrique en un point quelconque  $r$ . En effet, montrez que le potentiel cherché est équivalent à celui de deux charges  $q$ , la charge physique, et  $q'$  l'image (à l'intérieur de la sphère). Déterminez la valeur de la charge image  $q'$  et sa position  $b$  pour satisfaire à la condition  $V = 0$  sur la sphère.

(b) Calculez la force entre la sphère et la charge  $q$ .