Entraînement - PEIP 2

1. **Questions courtes :**

   (a) Un potentiel électrique dans une certaine région de l'espace s'écrit $V(x,y,z) = -Cx^2yz^3$ où C est une constante. Trouver le champ électrique, $\overrightarrow{\boldsymbol{E}}(x,y,z)$, associé.

   (b) Si les coordonnées x et y ont les dimensions de mètres, quelle doivent être les dimensions S.I. de la constante C dans l'exercice précédent.

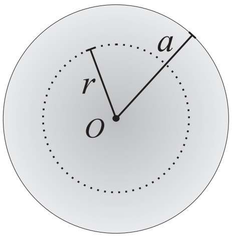
   (c) Un champ électrique dans une région de l'espace est de la forme $\overrightarrow{\boldsymbol{E}}(x,y,z) = C_x xy\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_x + C_y xy^2\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_y + C_z x^2 z^2\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_z$, où C_x, C_y et C_z, sont des constantes ayant des unités appropriées. Trouver la distribution de charge associée avec ce champ.

   (d) Considérer un champ électrique constant, $\overrightarrow{\boldsymbol{E}} = E_0\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_x + 2E_0\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_y$. Trouver le flux du champ électrique à travers une surface d'aire égale à S et orientée avec une normale à la surface, $\overrightarrow{\boldsymbol{n}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_x - \frac{1}{2}\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_y$.

2. **Champ électrostatique**

L'intérieur d'une sphère de rayon a, contient une distribution de charge volumique :

$$\rho(r,\theta,\phi) = \begin{cases} \rho_0\left[1-\left(\frac{r}{a}\right)^2\right] & r < a \\ 0 & r \geq a \end{cases}$$



où ρ_0 est une constante et r est la coordonnée radiale en coordonnées sphériques (r,θ,ϕ). **Indice :** on se rappelle que l'élément de volume en coordonnées sphériques s'écrit $d\mathcal{V} = r^2 dr \sin\theta d\theta d\phi$.

(a) Déterminer la charge contenue dans une sphère de rayon $r < a$.

(b) Déterminer la charge totale de la sphère.

(c) Quelle est la symétrie du système ? Quelles sont les invariances ?

(d) Déterminer le champ électrostatique en tout point de l'espace (c.-à-d. quand $r < a$ et quand $r > a$) en faisant appel au théorème de Gauss.

(e) Déterminer le potentiel électrostatique, $V(r)$, en tout point de l'espace avec l'état de référence $V(\infty) = 0$.

(f) Calculer le Laplacien du potentiel, ΔV, à tout point de l'espace (c.-à-d. quand $r < a$ et quand $r > a$), sachant qu'en coordonnées sphériques :

$$\Delta f = \frac{1}{r^2}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}\right]$$

(g) Est-ce que l'équation de Poisson est vérifiée par le $V(r)$ que vous avez calculé ?