

Traduire en anglais les exercices 6 et 11b du devoir de mathématique.

Exercice 6 a

La chute d'un parachutiste peut être modélisée par l'équation différentielle suivante :

$$m \frac{dv}{dt} = mg - \alpha v^2, \quad (1.1)$$

où v est la vitesse dudit parachutiste, m sa masse, g l'accélération de la pesanteur, et α une constante réelle et positive qui caractérise la force des frottements fluides.

1. Calculer la dérivée de $\operatorname{arctanh} = \tanh^{-1}$.
2. En déduire la vitesse du parachutiste en fonction du temps. Montrer que cette vitesse tend asymptotiquement vers une valeur que l'on donnera en fonction des constantes du problème.

Exercice 11 b

Soit un triangle rectangle d'hypoténuse H et de côtés l et L . On mesure les longueurs des deux côtés. Et l'on donne $H=15\text{cm}$ avec des incertitudes de $\Delta H = \Delta L = 0,1\text{cm}$.

1. Exprimer la longueur l du troisième côté en fonction des deux autres. Donner l'expression de dl (resp. Δl) en fonction de dH et dL (resp. ΔH et ΔL). Calculer Δl pour $L = 7\text{cm}$. Calculer la valeur de l'erreur relative, $\frac{\Delta l}{l}$, pour $L = 1\text{cm}$, $L = 7\text{cm}$, et $L = 14,5\text{cm}$. Quelle réflexion vous inspire ces résultats ?
2. On appelle θ , l'angle entre les côtés l et H . Donner l'expression de $d\theta$ (resp. $\Delta\theta$) en fonction de dL et dH (resp. ΔL et ΔH). Calculer $\Delta\theta$ dans le cas où $L=10\text{cm}$.
3. Donner l'expression de $d\theta$ (resp. $\Delta\theta$) en fonction de dl et dH (resp. Δl et ΔH). Calculer de nouveau $\Delta\theta$ dans le cas où $L=10\text{cm}$. Pourquoi ne trouve-t-on pas le même résultat qu'à la question précédente ?