Optique physique
pour la Licence de Chimie
– Travaux Dirigés –

Département de Physique, Faculté des Sciences,
Aix-Marseille Université,

.

TD7 - Onde électromagnétique

1 Longueur d'onde

Donner la fréquence et la longueur d'onde dans le vide des onde électromagnétiques suivantes :

a. une onde dans un circuit électrique à la fréquence secteur,

b. une onde radio pour la fréquence de RADIO GALÈRE 88.4 FM.

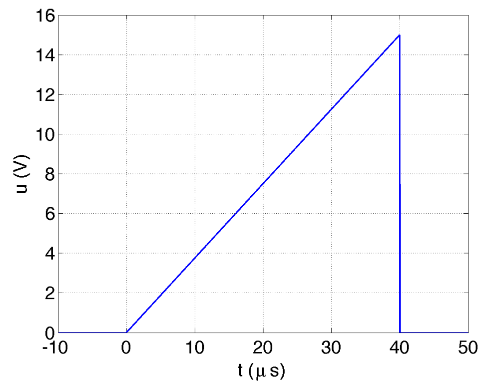
c. une microonde émise par un téléphone portable,

d. le faisceau d'un pointeur laser.

Calculer la longueur d'onde d'une onde sonore de fréquence f = 440 Hz (la) dans les milieux suivants : l'air (v = 343 m/s), l'eau (v = 1480 m/s), le verre (v = 5300 m/s), le sable (v = 100 m/s).

2 Ligne électrique

Un signal électrique se propage sans déformation sur une ligne de transmission. La tension $u(S,t)$ en un point S de la ligne présente la forme suivante :



et la tension $u(M,t)$ atteint la valeur 7,5 V au point M plus loin sur la ligne, à une distance de 15 km de S, à la date $t_1 = 65\,\mu$s.

a. Calculer la valeur de la célérité de l'onde.

b. À quelle date le signal atteint-il le point M ? Quand ce point retrouve-t-il une tension nulle ?

c. Quelle est la position du front d'onde à la date t_1 ?

d. Quelle est la position sur la ligne la tension est-elle maximum à la date t_1 ?

e. Représenter la tension sur la ligne à la date t_1.

3 Fonction d'onde

Une onde électromagnétique est caractérisée par le champ électrique suivant :

$$\vec{\mathrm{E}}(M,t) = E_0 \cos(7.85 \cdot 10^6 \ x + 1.36 \cdot 10^6 \ y - 4.71 \cdot 10^{15} \ t)\vec{\mathrm{e}}_z$$

a. Identifier la pulsation de cette onde. En déduire la fréquence, la période et la longueur d'onde dans le vide.

b. Déduire des composantes cartésiennes k_x et k_y du vecteur d'onde $\vec{\mathrm{k}}$ l'angle que fait la direction de propagation avec l'axe (Ox).

c. Déterminer ensuite le nombre d'onde et la longueur d'onde dans le milieu, et en tirer la célérité, l'indice optique, la constante diélectrique et la permittivité.

d. Identifier la polarisation de l'onde. Donner finalement l'équation du plan de polarisation.

4 Dispersion

La variation de l'indice de réfraction d'un milieu transparent dans la lumière visible suit la loi de Cauchy : $n(\lambda_0) = A + B/\lambda_0^2$.

a. Sachant que $B > 0$, quel rayon d'une lumière blanche est le plus dévié par un prisme, le rouge ou le bleu ?

b. Calculer le pouvoir dispersif $\frac{dn}{d\lambda_0}(\lambda_0)$. Quelle est son unité ?

c. Pour un certain verre, on donne $A = 1{,}5943$ et $B = 9{,}311 \cdot 10^{-3}\ \mu\mathrm{m}^2$. Calculer le pouvoir dispersif de ce verre à la longueur d'onde centrale du jaune $\lambda_0 = 0{,}58\ \mu$m.

5 Loi de Lambert

a. On considère un champ électrique complexe de fonction d'onde

$$\vec{\mathrm{E}} = E_0 e^{\frac{2i\pi}{\lambda_0}(nx-ct)}\vec{\mathrm{e}}_y$$

Donner dans un milieu absorbant d'indice complexe $n = n' + in''$ la forme de l'intensité de l'onde $I(x) = |\vec{\mathrm{E}}|$.

b. Montrer que cette intensité vérifie l'équation différentielle

$$\frac{dI}{I} = -\alpha dx$$

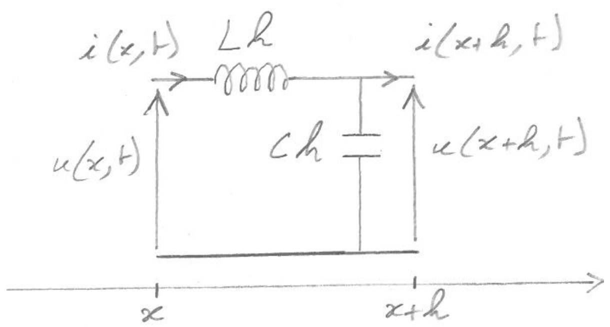
et relier le coefficient d'absorption α à l'indice d'extinction n''.

c. Un verre d'épaisseur $e = 25\,\mathrm{mm}$ absorbe à $620\,\mathrm{nm}$ (longueur d'onde dans le vide), 3/1000 de la puissance du faisceau qui le traverse. Calculer le coefficient d'absorption α et l'indice d'extinction n'' de ce verre.

d. Sachant que l'intensité à 12 mètres de profondeur est le dixième de l'intensité près de la surface de l'eau, calculer le coefficient d'absorption α et l'indice d'extinction n'' de l'eau à $500\,\mathrm{nm}$.

6 Ligne de transmission

On considère un câble coaxial dont le tronçon compris entre les abscisses x et $x + h$ est représenté par le circuit LC suivant



d'inductance Lh et de capacité Ch. Les tension et intensité sont $u(x,t)$ et $i(x,t)$ en entrée du cricuit et $u(x+h,t)$ et $i(x+h,t)$

a. Utiliser la loi des mailles pour donner l'expression de

$$\frac{u(x+h,t)-u(x,t)}{h}$$

en fonction de L et en prendre la limite lorsque h tend vers 0.

b. Utiliser la loi des nœuds pour donner l'expression de

$$\frac{i(x+h,t)-i(x,t)}{h}$$

en fonction de C et en prendre la limite lorsque h tend vers 0.

c. En déduire l'équation d'onde vérifiée par la tension u et et celle de l'intensité i.

d. On considère un condensateur cylindrique infini dont le conducteur intérieur est de rayon a, le conducteur extérieur de rayon intérieur b et l'isolant de constante diélectrique ε_r. Montrer à l'aide du théorème de Gauss que la capacité d'une longueur h de conducteur vaut Ch, avec

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln(b/a)}$$

la capacité linéique, en F/m.

e. Les deux conducteurs sont traversés par des courants d'égales intensités et de sens opposés. Calculer à l'aide du thérèome d'Ampère le champ magnétique créé par ces courants entre les deux conducteurs, puis le flux de ce champ à travers un plan contenant l'axe des conducteurs et de longueur h. Montrer que l'inductance d'une longueur h du cable coaxial ainsi formé vaut Lh, avec

$$L=\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

l'inductance linéique de la ligne, en H/m.

f. Quelle est la vitesse de l'onde dans la ligne de transmission ? Le polyéthylène couramment employé comme isolant dans les cables coaxiaux affiche une constante diélectrique de $\varepsilon_r = 2{,}3$.

g. Conclure sur la nature de l'onde.

TD8 - Onde et rayon

1 Temps de propagation

A marseille, on peut écouter France-Inter, diffusée depuis Paris sur Grandes Ondes ou en Modulation de Fréquence. Dans ce dernier cas, le signal passe par un satellite geostationnaire à 36000km d'altitude. Que est le temps de décalage entre ces deux écoutes ?

2 Transmission radio sur la mer

Un émetteur radio est placé sur le mat d'un bateau, à une hauteur de $h_1 = 30$ m au dessus du niveau de la mer. Le signal est capté à $d = 10$ km de là sur la côte par le recepteur radio d'un phare sur une falaise, à $h_2 = 120$ m d'altitude.

a. Calculer la distance δ_d parcourue par le rayon direct et celle δ_r couverte par le rayon réfléchi par la mer, suffisamment calme pour être supposée plane.

b. Calculer le déphasage $\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(\delta_r - \delta_d) + \pi$ entre les deux signaux à la fréquence de $f = 100$ MHz. Le déphasage supplémentaire de π provient de la reflexion air-mer.

3 Lame mince

On place une lame mince d'épaisseur e et d'indice optique n sur le trajet d'un rayon se propageant dans l'air.

a. Quel trajet optique supplémentaire δ est parcouru par le rayon ?

b. En déduire le déphasage Φ associé à la longueur d'onde λ_0.

4 Interférences

Démonter la formule des interférences en calculant l'intensité au point d'intersection des deux rayons cohérents de champs électriques complexes $\vec{\mathrm{E}}_1 = A_1 e^{i\phi_1}\vec{\mathrm{p}}_1$ et $\vec{\mathrm{E}}_2 = A_2 e^{i\phi_2}\vec{\mathrm{p}}_2$.

5 Image géométrique

Pour une lentille mince convergente, faites la construction géométrique avec les trois rayons pour les cas suivants :

a. objet réel – image réelle,

b. objet réel – image virtuelle,

c. objet virtuel – image réelle.

TD9 - Division du front d'onde

1 Fentes d'Young

Un dispositif de fentes d'Young comprend une diode laser de longueur d'onde centrale $\lambda_0 = 632{,}8\,\text{nm}$ et de largeur spectrale $\Delta f = 10\,\text{GHz}$, une fente F de largeur ε, un masque avec deux fentes fines identiques parallèles séparées d'une distance $a = 1\,\text{mm}$ et un écran. La distance fente-masque vaut $r = 30\,\text{cm}$ et la distance masque-écran est de $D = 2\,\text{m}$. Calculer :

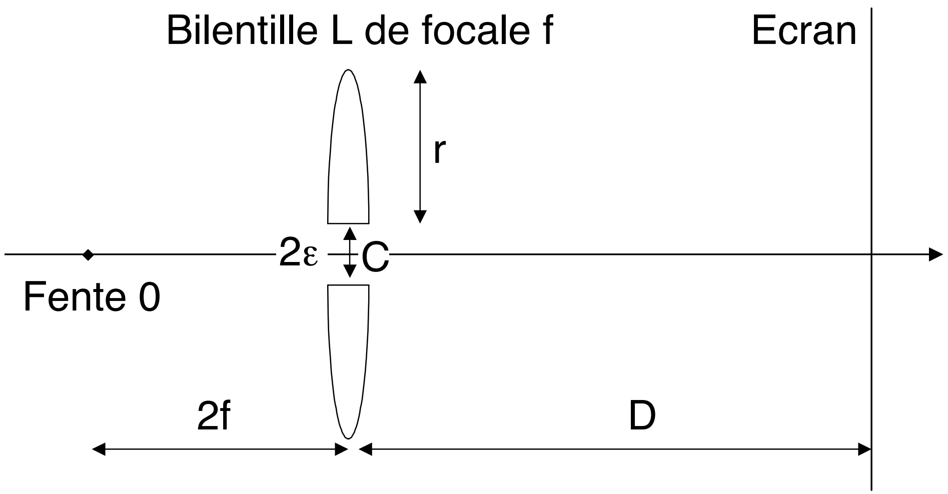
a. l'interfrange i,

b. le nombre de franges visibles, limité par la longueur de cohérence ℓ_c de la diode,

c. la largeur maximale ε de la fente F, limitée par la cohérence spatiale du dispositif.

2 Bilentilles de Billet

Une lentille mince convergente de centre optique C et d'axe optique Cz donne une image réelle d'une fente fine placée au point O et dirigée suivant la direction Ox . La fente est éclairée par une source lumineuse monochromatique. On scie la lentille suivant le plan xCz et ses deux moitiés sont écartées de l'axe optique.



a. Tracer la marche des faisceaux issus du point O qui traverse les demi-lentilles.

b. Calculer la position et l'écartement des deux images A et B de la fente placée en O. On donne : distance focale $f = 20\,\mathrm{cm}$, ecart des centres optiques des demi-lentilles $\varepsilon = 1\,\mathrm{mm}$, distance de la fente aux demi-lentilles $OC = 40\,\mathrm{cm}$.

c. On dispose un écran, perpendiculairement à l'axe optique, à une distance $d = 80\,\mathrm{cm}$ des demi-lentilles. Calculer :
   — la largeur de la zone d'interférence sur l'écran,
   — la distance séparant deux franges brillantes consécutives,
   — le nombre de franges brillantes,
   — et celui des franges sombres.

   On donne la longueur d'onde de la lumière utilisée : $\lambda_0 = 0{,}55\,\mu\mathrm{m}$; le diamètre des demi-lentilles est $d = 4\,\mathrm{cm}$.

d. Comparer ce dispositif à celui des fentes d'Young.

e. On dispose, à l'endroit où se forme l'image A de la fente, une petite lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur $e = 8\,\mu\mathrm{m}$ et d'indice $n = 1{,}50$ pour la radiation considérée. Cette lame est perpendiculaire à l'axe optique du système et sa face d'incidence contient l'image A de la fente. Déterminer la distance de la frange d'ordre zéro à l'axe du système optique, ainsi que la distance interfrange.

3 Doublet

Un dispositif de fentes d'Young est éclairé par une source ponctuelle S placée sur son axe optique. Cette source ponctuelle est un doublet, c'est-à-dire qu'elle émet deux raies spectrales de longueurs d'onde très voisines λ_1 et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$, avec $\Delta\lambda << \lambda_1$. Les deux composantes de ce doublet ont même intensité et sont incohérentes entre elles.

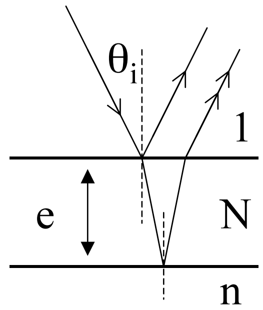
a. Donner les expressions des intensités lumineuses $I_1(x)$ et $I_2(x)$ en un point M de l'écran d'observation. Déterminer l'expression de l'intensité résultante $I(x)$ en tenant compte de $\Delta\lambda << \lambda_1$.

b. Tracer l'allure de $I(x)$ et définir la notion de contraste. Montrer que le contraste V en M s'exprime à l'aide de la différence de marche δ.

c. Montrer que cette étude conduit à la détermination expérimentale de la longueur d'onde λ_1 et de l'écart $\Delta\lambda$ du doublet.

TD10 - Division d'amplitude

1 Couche anti-reflet



En vue de constituer une couche anti-reflets pour la radiation moyenne dans le visible ($\lambda_0 = 550nm$), on dépose sur des verres de lunettes d'indice $n = 1{,}7$ une lame mince d'épaisseur uniforme e et d'indice N compris entre 1 et n. Seules interfèrent l'onde refléchie par le dioptre *air-couche* et celle refléchie par le dioptre *couche-verre*.

On cherche à déterminer en fonction de n et λ_0 :
— l'indice N de la couche pour que les deux ondes refléchies aient des amplitudes égales,
— l'épaisseur e de la couche pour que les deux ondes interfèrent destructivement.

On travaille en incidence normale. On donne les coefficients de Fresnel en amplitude pour la reflexion $r = (n_1 - n_2)\,/\,(n_1 + n_2)$ et pour la transmission $t = 1 + r$ au passage d'un dioptre séparant un milieu d'indice n_1 à d'un milieu d'indice n_2.

a. Donner l'expression des coefficient de reflexion en amplitude r_{1N} pour le dioptre *air-couche* et r_{Nn} pour le dioptre *couche-verre*.

b. Quelle valeur doit prendre N pour que ces deux coefficients soient égaux ?

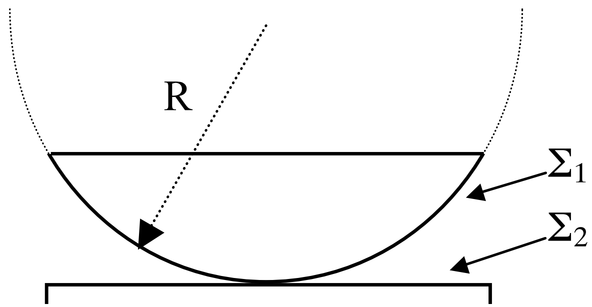
c. Calculer le produit des coefficients de transmission en amplitude t_{1N} et t_{N1} pour le dioptre *air-couche*. Conclure sur la valeur de l'indice N.

d. Déterminer pour le cas de l'incidence normale, la différence de marche δ et le déphasage Φ entre les deux ondes en fonction de l'épaisseur e de la couche.

e. Pour quelles valeurs de e les ondes réfléchies interfèrent-elles destructivement ? Conclure.

2 Anneaux de Newton

Une lentille cylindrique plan convexe de rayon de courbure R est accolée à une lame de verre. Le dispositif est éclairé en incidence quasi-normale. Seules interfèrent l'onde refléchie par le dioptre sphérique Σ_1 entre la lentille et l'air, et l'onde refléchie par le dioptre plan Σ_1 séparant l'air de la lame de verre.



a. En traçant les rayons réfléchis par les dioptres Σ_1 et Σ_2, localiser des franges d'interférence.

b. La lentille et la lame forment un coin d'air d'épaisseur variable e. Etablir, à partir du théorème de pythagore par exemple, l'expression de l'épaisseur e en fonction de la distance x au point de contact et du rayon de courbure R. En déduire pour $R \gg x$ une expression approchée de cette épaisseur.

c. La lumière est monochromatique de longueur d'onde λ. Donner l'expression de la différence de marche entre les rayons réfléchis par les dioptres Σ_1 et Σ_2 autour du point de contact. Les deux reflexions sont-elles de même nature ?

d. En déduire l'ordre d'interférence p et l'intensité I en fonction de x. Quelle est la forme des franges ?

e. Calculer l'ordre d'interférence au centre p_C. Quelle est l'état d'éclairement du point de contact ?

f. Etablir la loi donnant la position x_k des franges sombres comptés à partir du centre de la figure.

g. Un viseur muni d'une vis micrométrique permet de relever la position des franges sombres en lumière du sodium ($\lambda_0 = 589{,}3\,\text{nm}$). On obtient les résultats suivants :

k	10	20	30
$x(cm)$	1,39	1,99	2,42

En déduire le rayon de courbure R de la lentille.

h. Quelle est la forme des franges si la lentille n'est plus cylindrique mais sphérique ?

TD11 - Réseau de diffraction

1 Diffraction d'un laser

Un faisceau laser à la longueur d'onde $\lambda_0 = 633{,}0\,\text{nm}$ est diffracté par un réseau gravé à 300 traits par millimètre. Quel est le nombre de rayons émergents pour un angle d'incidence de 15° ? Donner leur position angulaire.

2 Détermination du pas d'un réseau

Un réseau de pas a est éclairé par un faisceau parallèle provenant d'une lampe au mercure. On isole tout d'abord la raie verte de longueur d'onde $\lambda_0 = 546{,}1\,\text{nm}$. Le réseau est placé perpendiculairement au faisceau incident. Le pointage ses différents ordres de diffraction donne :

m	-3	-2	-1	$+1$	$+2$	$+3$
θ	$-63°37'$	$-36°11'$	$-17°22'$	$+17°21'$	$+36°10'$	$+63°40'$

Ces mesures permettent-elles de vérifier que le réseau est bien perpendiculaire au faisceau incident ? Calculer le pas a du réseau puis le nombre de traits par millimètre.

3 Mesure d'une longueur d'onde

On éclaire maintenant le réseau avec une certaine raie bleue assez intense du spectre du mercure, de longueur d'onde inconnue λ_1. Pour cette raie, on mesure $\theta_1(k = -2) = -32°31'$ et $\theta_1(k = +2) = +32°34'$. Calculer λ_1.

4 Réseau en lumière blanche

On considère un réseau avec 500 traits/mm éclairé en lumière blanche en incidence normale. Combien d'ordres de diffraction sont observables sur la gamme de longueurs d'onde $[400; 700]$ nm ? Certains spectres se recouvrent-ils ?

5 Pouvoir dispersif

Calculer pour ce réseau, à 500 nm et au deuxième ordre, le pouvoir dispersif $\frac{d\theta}{d\lambda}$ en degrés/minutes/secondes par nanomètre.

TD12 - Diffraction à l'infini

1 Fentes d'Young 1

Une lumière de longueur d'onde 600 nm tombe suivant la normale sur une fente de largeur $\varepsilon = 0{,}1\,\text{mm}$.

— Quelle est la position angulaire du premier minimum ?

— Quelle est la position du deuxième minimum sur un écran situé à trois mètres de la fente ?

— Pour quelles valeurs de ε n'observe-t-on pas de minimum de diffraction ?

2 Fentes d'Young 2

Dans l'expérience des fentes d'YOUNG, les fentes ont une largeur de $\varepsilon = 0{,}25$ mm et sont espacées de $a = 1{,}0\,\text{mm}$.

— Quelles franges sont absentes du diagramme d'interférence ?

— Combien dénombre-t-on de franges dans le pic principal de diffraction, dans les pics secondaires ?

3 Critère de Rayleigh

— Le téléscope optique du mont Palomar a un diamère de 5 m. Pour la longueur d'onde 550 nm, quelle est la distance minimum résolue sur la Lune, distante de la Terre de 384000 km ?

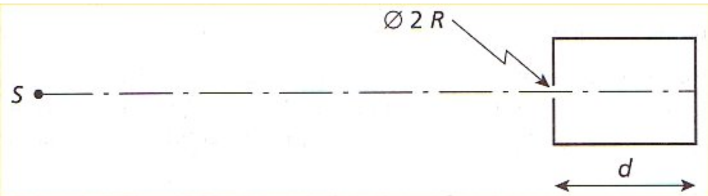
— En pratique, la turbulence atmosphérique limite la résolution à 1" d'arc. Prouver l'intérêt du téléscope spatial HUBBLE, de diamètre 2,4 m et en orbite au dessus de l'atmosphère.

4 Very Large Array

Le Very Large Array (Socorro, Nouveau-Mexique) est composé d'un réseau de radiotélescopes pouvant se déplacer sur des rails. On considère un segment de droite de 10,8 km de long portant 9 télescopes régulièrement espacés. Quelle est, à une longueur d'onde de 21 cm, la séparation angulaire minimale entre deux sources que le réseau d'antennes est capable de distinguer ?

5 Sténopé

Le sténopé est un dispositif optique sans objectif. Il permet de prendre des photographies à l'aide d'une simple boite perçée d'un petit trou. On note d la profondeur de la boite et R le rayon du trou circulaire ; une source ponctuelle S émettant de la lumière de longueur d'onde moyenne λ est placée pratiquement à l'infini sur l'axe du trou.



a. Quel serait le rayon r_1 de la tache de lumière obtenue au fond de la boite si la diffraction n'existait pas ?
b. Quel est le rayon r_2 de la tache de diffraction (on utilisera les résultats de la théorie de la diffraction à l'infini) ?
c. Comment choisir R pour que, globalement, la tache de lumière soit de plus petit rayon possible ? Calculer numériquement cette valeur optimale de R pour $d = 20\text{cm}$ et $\lambda_0 = 500\text{nm}$.