

# Électromagnétisme pour la Chimie

## Travaux Dirigés

### TD1 - Potentiel électrique

#### A - Énergie électrostatique

- Quelle est la quantité de travail nécessaire pour déplacer une charge de 1C d'une borne à l'autre d'une batterie de 12V ?
- Quelle est la perte d'énergie potentielle d'un proton qui traverse une chute de potentiel de 5kV ?
- Un proton au repos est accéléré par une différence de potentiel de 1MV. Quelle est sa vitesse finale ?
- Un canon à électron émet dans le vide des électrons vers une plaque de métal située 4mm plus loin. Le potentiel de la plaque est 5V plus bas que celui du canon. A quelle vitesse les électrons doivent-ils être émis pour atteindre la plaque ?

#### B - Condensateur

- Quelle est la charge d'un condensateur de 13,5pF lorsqu'il est soumis à une *ddp* de 12,5V ?
- Quelle est l'énergie emmagasinée dans un condensateur de 300pF soumis à une tension de 1kV ?
- Un condensateur a une charge de 9,6nC et une différence de potentiel entre ses bornes de 120V. Calculer sa capacité et l'énergie qu'il contient.
- Dans un condensateur, une armature est au potentiel +70V et l'autre à +130V. Préciser le signe de la charge sur chacune des armatures.

#### C - Énergie de dissociation

L'énergie électrostatique d'interaction entre les ions  $Na^+$  et  $Cl^-$  d'une molécule de vapeur de chlorure de sodium a pour expression

$$\mathcal{E}_e(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{b}{r^9}$$

- Calculer la constante  $b$  sachant que la molécule est en équilibre pour des ions distants de  $r = 276pm$ .
- Calculer l'énergie de dissociation de la molécule, en eV puis en J/mol.

#### D - Potentiel de Lennard-Jones

Pour les milieux denses, on représente souvent le potentiel d'interaction entre deux molécules comme suit :

$$V(r) = 4U_0 \left\{ \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} - \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 \right\}$$

- Tracer l'allure de ce potentiel.
- Donner une interprétation physique aux paramètres  $U_0$  et  $r_0$  du modèle.
- Trouver la position du minimum de ce potentiel. *Données : pour le xénon,  $r_0 = 426 pm$  et  $U_0 = 214k_B$  avec  $k_B = la\ constante\ de\ Boltzmann$*

## TD2 - Champ électrique

### A - Équipotentielles et lignes de champ

Tracer qualitativement les équipotentielles et la carte de champ créés par :

1. un condensateur plan,
2. une charge ponctuelle positive,
3. une charge ponctuelle négative,
4. deux charges positives identiques,
5. un doublet électrique composé de deux charges égales et opposées.

### B - Interactions fondamentales

Suivant le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène, l'électron décrit autour du proton une orbite circulaire de rayon  $r_0 = 52,9 \text{ pm}$ . Calculer :

1. la force électrostatique  $F_e$  entre ces particules,
2. la force gravitationnelle  $F_g = G \frac{mm'}{r^2}$ , avec  $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$ ,
3. le poids  $P_e$  de l'électron et celui  $P_p$  du proton.
4. Comparer ces forces. Quelle(s) force(s) domine(nt) et quelle(s) force(s) est(sont) négligeable(s) ?

### C - Cristal

Dans la structure cristalline du chlorure de Césium, les ions  $Cs^+$  occupent les coins d'un cube d'arête  $0,4 \text{ nm}$  alors qu'un ion  $Cl^-$  est au centre.

1. Quelle est la force électrostatique exercée par les huit ions  $Cs^+$  sur l'ion  $Cl^-$  ?
2. Le cristal est imparfait et un ion  $Cs^+$  manque. Quelle est la force électrostatique exercée par les sept ions  $Cs^+$  présents sur l'ion  $Cl^-$  ?

### D - Champ électrique

Les rayons des ions  $F^-$  et  $Ag^{3+}$  sont respectivement de  $136 \text{ pm}$  et  $50 \text{ pm}$ .

1. Calculer la force électrostatique entre les deux ions, lorsque la distance qui les sépare est égale à la moyenne des rayons ioniques.
2. Calculer et comparer les champs électriques créés par chaque ion sur l'autre.
3. Comparer le sens des vecteurs force et des vecteurs champ.

### E - Force de Coulomb

Un électron pénètre dans une région de l'espace où régne un champ électrique uniforme.

1. Sous quelle condition sa trajectoire sera-t-elle rectiligne ?
2. Quelle doit alors être le sens du champ pour que l'électron soit freiné ?

### F - Gradient

On a mesuré un potentiel scalaire  $V(x,y,z)$  dans tout l'espace. Celui-ci est décrit par :

$$V(x,y,z) = ax^2 - by + cz$$

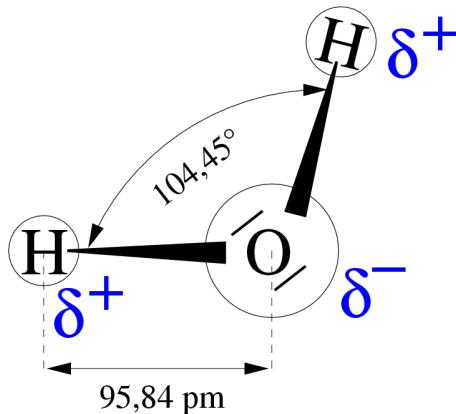
1. Calculer le champ électrique qui en dérive.
2. Que vaut son rotationnel ?
3. Dans le plan  $z = 0$ , calculer les lignes équipotentielles.
4. Calculer le potentiel au point de coordonnées  $\mathbf{r}_0 = (1,1,0) \text{ cm}$  et le champ électrique associé.

Données :  $a = 0,5 \text{ V cm}^{-2}$ ,  $b = 1 \text{ V cm}^{-1}$  et  $c = 2 \text{ V cm}^{-1}$

## TD3 - Dipôle - aimant

### A - Molécule d'eau

1. Calculer le moment dipolaire permanent  $p = 2\delta d \cos(\theta/2)$  de la molécule d'eau. On donne  $\delta^+ = e/3,07$ ,  $d = 95,84 \cdot 10^{-12} \text{ m}$  et  $\theta = 104,65^\circ$ .



2. Quelle est l'unité dans le Système International (SI) du moment dipolaire ? L'unité usuelle (non SI) en chimie est le Debye (D) : pour la molécule d'eau,  $p = 1,83 \text{ D}$ .
3. Une molécule d'eau étant initialement à l'équilibre, quelle est sa variation d'énergie potentielle après une rotation de  $120^\circ$  dans un champ électrique d'amplitude  $300 \text{ V/m}$  ?

### B - Interactions dipolaires

Les champs électrostatiques  $E_q(r)$  et  $E_p(r)$  créés dans le vide à une distance  $r$  respectivement par une particule de charge  $q$  et un dipôle de moment  $p$  vérifient les expressions

$$E_q(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad E_p(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

Les forces électrostatiques  $F_q$  et  $F_p$  exercées par un champ électrique  $E(r)$  respectivement sur une particule de charge  $q$  et sur un dipôle de moment  $p$  suivent les lois

$$F_q = qE(r) \quad F_p = -p \frac{dE}{dr}(r)$$

1. Rappeler l'unité SI des grandeurs  $r$ ,  $E$  et  $F$ .
2. Donner l'amplitude de la force  $F_A$  exercée par la charge  $q_1$  sur la charge  $q_2$  (force de Coulomb).
3. Donner l'amplitude de la force  $F_B$  exercée par le dipôle permanent  $p_1$  sur le dipôle permanent  $p_2$  (force de Keesom).
4. Donner l'amplitude de la force  $F_C$  exercée par le dipôle permanent  $p_1$  sur le dipôle induit  $p_2 = \alpha_2 \epsilon_0 E_1(r)$  (force de Debye).
5. Donner l'amplitude de la force  $F_D$  exercée par le dipôle induit  $p_1 = \alpha_1 \epsilon_0 E_2(r)$  sur le dipôle permanent  $p_2$ .
6. Comparer ces forces. Quelle force prédomine à faible distance ? à grande distance ?

### C - Dipôle magnétique

1. Une bobine plate de 50 spires rigides rectangulaires de largeur 8 cm et de longueur 12 cm, de résistance ohmique  $6 \Omega$  est branchée sur une alimentation de 12 V. Quel est son moment dipolaire magnétique ?
2. La bobine est placée dans un champ magnétique de 20 mT orienté perpendiculairement à sa normale. Quelle action mécanique s'exerce sur la bobine ?

## TD4 - Charge surfacique et volumique

### A - Densité de charge

Calculer la densité volumique de charge d'un corps portant une charge totale  $Q = 3 \mu\text{C}$  uniformément répartie sur son volume pour les géométries suivantes :

1. une sphère de rayon  $R = 30 \text{ cm}$ ,
2. un cube de  $c = 10 \text{ cm}$  de coté,
3. un cylindre de rayon  $r = 50 \text{ cm}$  et de hauteur  $h = 20 \text{ cm}$ ,
4. un disque de rayon  $a = 1 \text{ m}$ .

Le corps étant maintenant conducteur, calculer sa densité surfacique de charge, supposée uniforme.

### B - Blindage électrostatique

Une charge ponctuelle  $+Q$  est introduite au centre d'une sphère métallique creuse, de rayon intérieur  $a$  et de rayon extérieur  $b$ .

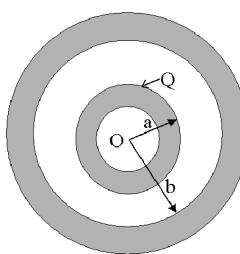
1. Calculer le champ électrique en tout point de l'espace. Étudier ses discontinuités.
2. Même question si la sphère est mise à la terre.

### C - Boule chargée

Donner l'expression dans tout l'espace du champ électrique et du potentiel électrique créé par une boule uniformément chargée en volume de rayon  $R$  et de charge  $Q$ . Calculer le rotationnel et la divergence du champ électrique.

### D - Condensateur sphérique

Un condensateur sphérique est composé de deux sphères creuses concentriques conductrices. On note  $a$  le rayon extérieur de la sphère intérieure, portant la charge  $+Q$ , et  $b > a$  le rayon intérieur de la sphère extérieure, portant la charge  $-Q$ .



1. Calculer le champ électrique entre les deux sphères.
2. Calculer la  $ddp\ U$  entre les deux sphères.
3. En déduire la capacité de ce condensateur.
4. Calculer l'énergie potentielle électrique emmagasinée dans ce condensateur :
  - en utilisant la capacité du système
  - en intégrant la densité volumique d'énergie électrique entre les armatures
5. Que devient la capacité si la distance inter-armature  $e = b - a$  est très faible devant le rayon des sphères ? En déduire l'expression de la capacité du condensateur plan.
6. Une sphère d'épaisseur négligeable et de rayon  $c$ , avec  $a < c < b$ , comporte une charge  $q$ . On maintient la même  $ddp\ U$ , quelle est la nouvelle charge  $Q'$  portée par les armatures du condensateur ? Cet effet est à la base du fonctionnement de la plupart des écrans tactiles.

## TD5 - Champ magnétique

### A - Courant

1. Un courant continu d'intensité 1 A passe pendant 1 minute dans une résistance de  $1\Omega$ . Quelle quantité de charge est-elle déplacée ?
2. Calculer la densité volumique de courant  $j$ , supposée uniforme, dans un fil électrique de section  $1\text{ mm}^2$  traversée par un courant continu d'intensité  $I = 1\text{ A}$ .
3. Dans le cuivre, la densité de charges mobiles est  $\rho_m = -1.3 \cdot 10^{10}\text{ C.m}^{-3}$ . Calculer la vitesse des électrons de conduction dans le fil électrique.

### B - Quatre fils électriques parallèles

Quatre fils électriques rectilignes infinis parcourus par des courants d'intensité  $I$  sont placés aux sommets d'un carré. Pour les trois cas d'orientation des courants suivants, représenter sur un schéma les quatre vecteurs champ magnétique au centre du carré. Dans quel(s) cas le champ magnétique est-il non nul ?



### C - Cable électrique

Donner l'expression dans tout l'espace du champ magnétique créé par un cable rectiligne infini de rayon  $a$  et parcouru par un courant continu d'intensité  $I$  uniformément répartie sur la section du fil. Calculer le rotationnel et la divergence du champ magnétique.

### D - Solénoïde

1. Calculer le champ magnétique  $\vec{B}_b(x)$  créé par une bobine plate de  $N$  spires circulaires de centre  $O$ , de rayon  $a$  traversées par un courant  $I$  en un point d'abscisse  $x$  de son axe.
2. On considère maintenant un solénoïde court, constitué de  $N$  spires circulaires de courant  $I$  bobinées sur un cylindre de longueur  $\ell$  et de centre  $O$ . Le calcul donne le champ magnétique

$$\vec{B}_\ell(x) = \frac{\mu_0 N I}{2\ell} \left( \frac{\ell/2 - x}{\sqrt{a^2 + (\ell/2 - x)^2}} + \frac{\ell/2 + x}{\sqrt{a^2 + (\ell/2 + x)^2}} \right) \vec{u}_x \quad (1)$$

en un point d'abscisse  $x$  de son axe.

3. Montrer qu'on retrouve le champ magnétique  $\vec{B}_b(x)$  de la bobine plane à la limite  $\ell \rightarrow 0$ .
4. Que devient l'expression du champ magnétique pour le solénoïde long, à la limite  $\ell \rightarrow \infty$  ?
5. Utiliser cette expression pour calculer  $\varphi$  le flux magnétique à travers une des spires du solénoïde court.
6. Que vaut le flux magnétique  $\Phi$  à travers les  $N$  spires du solénoïde court ?
7. En déduire une première expression de l'inductance  $L = \Phi/I$  du solénoïde court.
8. Proposer une expression plus précise de cette inductance.
9. Application numérique :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{ H/m}$ ,  $I = 200\text{ mA}$ ,  $n = 1000$  spires par mètre,  $a = 2\text{ cm}$ ,  $\ell = 15\text{ cm}$ .

## TD6 - Induction

### A - Temps de propagation

1. La valeur du courant  $i$  en un point  $P$  d'un circuit change à l'instant  $t_0$ . A quelle date  $t$  ce changement sera-t-il répercuté sur le champ magnétique en un point  $M$  du vide ?
2. A quelle condition peut-on négliger les temps de propagation sur des circuits parcourus par des courants alternatifs à la fréquence  $f$  ?
3. Aux USA où la fréquence du secteur est de 60Hz, quelle est la taille maximale des circuits de distribution électriques que l'on peut modéliser avec les lois de l'électrocinétique ?

### B - Longueur d'onde

Donner la fréquence et la longueur d'onde dans le vide des ondes électromagnétiques suivantes :

- une onde dans un circuit électrique à la fréquence secteur,
- une onde radio émise par Radio Galère 88.4 FM,
- une microonde émise par un téléphone portable,
- le faisceau d'un pointeur laser rouge.

### C - Loi de Faraday

1. Donner l'expression du courant induit dans une bobine plate fixe de  $N$  spires d'aire  $S$  et de normale  $\mathbf{u}_n$  par un champ magnétique  $\vec{B}_0 \sin \omega_0 t$  faisant un angle  $\alpha$  avec  $\vec{u}_n$ .
2. Donner l'expression du courant induit par un champ magnétostatique  $\vec{B}_0$  dans une bobine plate fixe de  $N$  spires d'aire  $S$  et de normale  $\vec{u}_n$  en rotation à la pulsation  $\omega_1$  autour d'un axe  $\Delta$  perpendiculaire aux vecteurs  $\vec{B}_0$  et  $\vec{u}_n$ . Ces deux vecteurs sont colinéaires et de même sens à l'instant  $t = 0$ .
3. Donner l'expression du courant induit par un champ magnétique  $\vec{B}_0 \sin \omega_0 t$  dans une bobine plate fixe de  $N$  spires d'aire  $S$  et de normale  $\vec{u}_n$  en rotation à la pulsation  $\omega_1$  autour d'un axe  $\Delta$  perpendiculaire aux vecteurs  $\vec{B}_0$  et  $\vec{u}_n$ . Ces deux vecteurs sont colinéaires et de même sens à l'instant  $t = 0$ .

### D - Courant de déplacement

Un solénoïde infini de rayon  $R$  et de densité linéique de spires  $n$  est parcouru par un courant sinusoïdal  $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$ . Le champ magnétique, confiné à l'intérieur du solénoïde, est colinéaire à l'axe et d'amplitude  $\mu_0 n i(t)$ . Quelle est la densité volumique de courant de déplacement créée dans tout l'espace ?

### E - Conductivité ohmique

Comparer l'amplitude  $\gamma E_0$  du courant de conduction et l'amplitude  $\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r E_0$  du courant de déplacement, à 50Hz et à 1Mhz, dans les divers matériaux suivants :

1. cuivre  $\gamma = 5,9 \cdot 10^7 \text{ S/m}$  et  $\varepsilon_r \simeq 1$ ,
2. eau de mer  $\gamma = 4,3 \text{ S/m}$  et  $\varepsilon_r \simeq 81$ ,
3. silicium  $\gamma = 4 \cdot 10^{-4} \text{ S/m}$  et  $\varepsilon_r \simeq 11,7$ , et
4. chlorure de sodium  $\gamma = 2 \cdot 10^{-7} \text{ S/m}$  et  $\varepsilon_r \simeq 5,6$ .