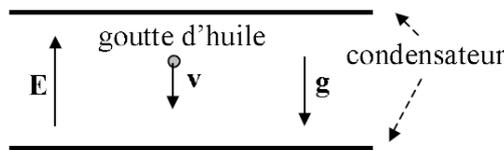


## TD1 : Force électromagnétique

Remarque : les grandeurs vectorielles sont notées **en gras**.

1. Dans la structure cristalline du chlorure de césium, les ions  $Cs^+$  occupent les coins d'un cube d'arête 0,4nm alors qu'un ion  $Cl^-$  est au centre. La force électrostatique  $\mathbf{F}^e$  exercée par une charge  $q_1$  sur une charge  $q_2$  est donnée par la loi de Coulomb :  $\mathbf{F}^e = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{u}_{12}$ , avec  $\epsilon_0 \simeq 8.85 \cdot 10^{-12}$  (SI) la permittivité diélectrique du vide,  $r$  la distance entre les deux charges et  $\mathbf{u}_{12}$  le vecteur unitaire orienté de  $q_1$  vers  $q_2$ .
  - (a) Quelle est la force électrostatique qu'exercent les huit ions  $Cs^+$  sur l'ion  $Cl^-$  ?
  - (b) Le cristal est imparfait et un ion  $Cs^+$  manque. Quelle est la force électrostatique qu'exercent les sept ions  $Cs^+$  présents sur l'ion  $Cl^-$  ?
  
2. *Recherche d'un point d'équilibre pour des charges ponctuelles alignées*  
 Deux charges ponctuelles sont placées fixement sur l'axe des  $x$  : la première en  $x_1 = 0$  porte une charge  $q_1 = +3\mu C$  et la seconde en  $x_2 = 40\text{cm}$  une charge  $q_2 = -5\mu C$ .
  - (a) Calculer la force électrostatique exercée sur une troisième particule de position  $x$  sur l'axe et de charge  $q$ .
  - (b) En déduire les positions d'équilibre.
  - (c) Discuter la stabilité de ces équilibres.
  
3. Un électron pénètre dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme. Sous quelle condition sa trajectoire sera-t-elle rectiligne ? Quelle doit alors être le sens du champ pour que l'électron soit freiné ?
  
4. Deux boules de liège identiques de masse  $m=30\text{g}$  et charge  $q$  pendent d'un plafond par des fils de longueur identique  $l=15\text{cm}$ , dont les points d'attache sont espacés de  $d = 10 \text{ cm}$ . Soit  $\theta=30^\circ$  l'angle entre les fils et la verticale à l'équilibre. Trouver la charge de chaque sphère. Qu'arrive-t-il si les charges ne sont pas égales ?

### 5. Expérience de Millikan



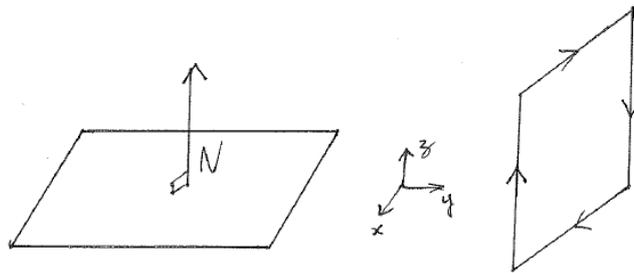
Des gouttelettes d'huile sont pulvérisées dans un condensateur à l'intérieur duquel le champ électrique  $\vec{E}$  est constant. Une gouttelette se déplace par effet de la gravité, du champ et de la friction visqueuse. On supposera que la force de frottement est donnée par la formule :  $F_f = -6\pi\eta r v$ , où  $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  est la viscosité de l'air et  $r$  le rayon de la gouttelette. On néglige la poussée d'Archimède.

- (a) Calculer la vitesse (en fonction du temps) de la goutte lorsque le champ électrique est nul.
- (b) Déduire l'existence d'une vitesse limite  $v_l$  et calculer sa valeur.
- (c) On applique un champ électrique  $\vec{E}$  (colinéaire à la gravité) jusqu'à ce que la gouttelette se trouve à l'arrêt. Calculer la charge d'une gouttelette en fonction du champ électrique et de la vitesse limite à champ nul,  $v_l$ .

**A.N.** : La masse volumique de l'huile est  $\rho_h = 1,05 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $E = \|\vec{E}\| = 524 \text{ kV}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $r = 1.8 \cdot 10^{-6}$ .

6. Un courant continu d'intensité 1A passe pendant 1 minute dans une résistance de  $1\Omega$ . Quelle quantité de charge est déplacée ?

7. Un proton de charge  $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$  et de vitesse  $\mathbf{v}$  entre dans une zone où règnent un champ électrique  $\mathbf{E} = E\mathbf{e}_x$  et un champ magnétique  $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_y$ . Si  $E = 10 \text{ V/m}$  et  $B = 10 \text{ mT}$ , caractériser la vitesse  $\mathbf{v}$  pour qu'elle ne soit pas modifiée lors de la traversée de la zone.
8. Un électron initialement au repos est accéléré sur une distance d'un mètre par un champ électrique d'amplitude  $1 \text{ kV/m}$ , puis le champ électrique est coupé et remplacé par un champ magnétique de  $0.1 \text{ mT}$  orthogonal au vecteur vitesse obtenu. Déterminer la période et le rayon de l'orbite circulaire qui est ainsi générée.
9. Dans la molécule d'eau, l'électronégativité plus forte de l'oxygène par rapport à l'hydrogène lui apporte une charge négative  $-2q$ , chaque atome d'hydrogène portant alors la charge  $+q$ . L'angle formé par les atomes d'hydrogène par rapport à celui d'oxygène est de  $104.45^\circ$ , la distance O-H est de  $96 \text{ pm}$ , et on donne  $q = 0.5 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . On considère ici une molécule d'eau soumise à un champ électrique uniforme  $\mathbf{E}$ .
- Calculer la somme des moments des forces exercées sur chaque atome, par rapport à un point quelconque noté  $C$ .
  - Montrer que ce couple permet de faire apparaître le moment dipolaire électrique  $\mathbf{p}$  de la molécule et calculer sa valeur numérique.
  - La molécule étant initialement à l'équilibre,  $\mathbf{E}$  tourne brusquement de  $120^\circ$ . Quelle est alors la variation d'énergie potentielle de la molécule? (prendre  $E = 300 \text{ V/m}$  pour l'application numérique)
10. Une surface ouverte est orientée en choisissant le sens d'un vecteur normal à cette surface (le vecteur normal émerge alors de la face nord de la surface). Or l'orientation de la surface impose l'orientation de la circulation sur le contour de cette surface. Associez les bonnes orientations de la surface et du contour sur les schémas suivants :



11. Une bobine plate de 50 spires rigides rectangulaires de largeur  $8 \text{ cm}$  et de longueur  $12 \text{ cm}$ , de résistance totale  $6 \Omega$  est branchée sur une alimentation stabilisée de  $12 \text{ V}$ . Quel est le moment magnétique de la bobine?
12. Cette bobine est placée dans un champ magnétique de  $20 \text{ mT}$  perpendiculaire à sa normale. Quelle force et quel couple s'exerce sur la bobine?
13. Une ligne électrique transporte un courant de  $1 \text{ kA}$  d'ouest en est. Le champ magnétique terrestre est horizontal, orienté vers le nord, et a une amplitude de  $0,5 \text{ mT}$ . Quelle force est exercée sur chaque mètre de ligne?

### Bibliographie pour le module PH304 Electromagnétisme

#### Remise à niveau

- livres de lycée, filières scientifiques et techniques
- Physique générale et appliquée, Bueche et Hecht, série Schaum's

#### Très accessibles

- Electricité et magnétisme, Halliday, Resnick et Walker, Dunod
- Electromagnétisme, Edminister, série Schaum's

#### Université

- Les bases de l'électromagnétisme, Hulin et Maury, Dunod

#### Classes préparatoires aux grandes écoles

- Bertin, Faroux et Renaud, tomes 1 et 3, Dunod
- Gié et Sarmant, Tech&Doc Lavoisier
- Lumbroso, Edisciences, pour les problèmes

#### Université américaines

- Electricité et magnétisme, cours de Berkeley, Dunod
- Electromagnétisme 1 et 2, Feynman, InterEditions

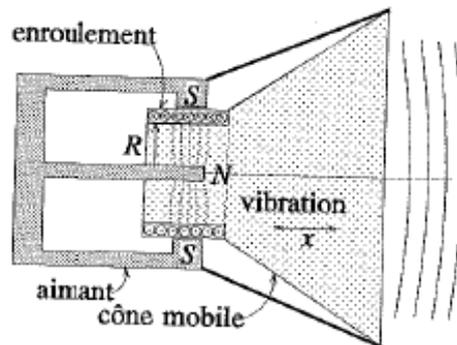
#### Deuxième et troisième cycles

- Electromagnétisme, Pérez, Dunod
- Electrodynamique classique, Jackson, Dunod
- Electrodynamique des milieux continus, Landau et Lifchitz, Physique théorique tome 8, éditions MIR

## TD2 : Champ électromagnétique

Remarque : les grandeurs vectorielles sont notées **en gras**.

1. Un haut-parleur est constitué d'un aimant permanent (entrefer à deux pôles) dans lequel s'insère un cylindre de rayon  $R$  ayant à sa surface une bobine où circule un courant  $I$ . Ce cylindre est attaché à un cône mobile (cf figure ci-dessous). La force variable exercée sur ce cône le fait vibrer, ce qui émet des ondes sonores.



Quelle est l'expression de la force  $\mathbf{F}$  qui agit sur le cône si on considère que le champ magnétique  $\mathbf{B}$  est nul à l'extérieur de l'entrefer, et que  $N$  tours de la bobine sont toujours présents dans l'entrefer ?

2. Une bobine circulaire de 30 spires de rayon 10cm est plongée dans un champ magnétique externe uniforme de 26mT faisant un angle de  $30^\circ$  par rapport à son axe. Quel est le flux du champ magnétique au travers de la bobine ?
3. Considérer le champ électrique
  - $\mathbf{E} = (cx^2, 0, 0)$ .
  - $\mathbf{E} = c(y, x, 0)$ .
 Calculer le flux à travers le cube de sommets  $(0,0,0)$ ,  $(a,0,0)$ ,  $(0,a,0)$ ,  $(0,0,a)$ ,  $(0,a,a)$ ,  $(a,0,a)$ ,  $(a,a,0)$ ,  $(a,a,a)$ .  
Calculer la charge à l'intérieur du cube.

#### 4. Configuration à l'équilibre d'une molécule

L'énergie potentielle d'interaction entre les ions  $Na^+$  et  $Cl^-$  d'une molécule de vapeur de chlorure de sodium a pour expression

$$\mathcal{E}_e(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{b}{r^9}$$

- (a) Calculer la constante  $b$  sachant que la molécule est en équilibre pour des ions distants de  $r = 276\text{pm}$ .
  - (b) Calculer l'énergie de dissociation de la molécule, en eV puis en J/mol.
5. Deux plaques métalliques parallèles sont portées à des potentiels respectifs  $V_1$  et  $V_2$  ( $V_2 > V_1$ ). Elles sont séparées d'une distance  $d$ . Quelle est l'orientation du champ électrique  $\mathbf{E}$  entre ces deux plaques et quelle est son expression ?
  6. Quelle est la quantité de travail nécessaire pour déplacer une charge de 1C d'une borne à l'autre d'une batterie de 12V ?
  7. Un proton au repos est accéléré par une différence de potentiel de 1MV. Quelle est sa vitesse finale ?

## 8. Énergie potentielle

- (a) Trois charges ponctuelles identiques avec  $q=1.2\mu\text{C}$  sont situées aux trois sommets d'un triangle équilatéral de côté 0.5m. Calculer l'énergie potentielle du système.
- (b) Quatre électrons sont situés aux sommets d'un carré de côté 10nm et une particule  $\alpha$  (charge  $+2e$ ) est située au centre du carré. Calculer le travail nécessaire pour déplacer la particule  $\alpha$  du centre du carré au milieu d'un côté.

## 9. Cas d'un dipôle

- (a) Un dipôle électrique de moment  $\mathbf{p}$  est orienté avec un angle  $\theta$  quelconque par rapport à un champ électrique uniforme  $\mathbf{E}$ . Les deux charges  $+q$  et  $-q$  sont situées aux points A et B, exprimer l'énergie potentielle du dipôle en fonction des potentiels en A et B. Dédurre de cette expression la formule déjà connue de l'énergie potentielle du dipôle en fonction de  $\mathbf{E}$  et de  $\mathbf{p}$ .
- (b) Le dipôle est initialement dans sa position d'équilibre stable, calculer le travail des forces de Coulomb exercées sur le dipôle si celui-ci est écarté d'un angle  $\theta$  de l'équilibre. Comparer ce travail à la variation d'énergie potentielle entre les deux positions.

10. Calculer la circulation du champ  $\mathbf{B} = c(x, y^2, xy)$  sur le contour carré formé par les 4 points  $(0,0,0)$ ,  $(a,0,0)$ ,  $(0,a,0)$  et  $(a,a,0)$ . Préciser le sens de circulation choisi.

11. Un solénoïde infini, constitué par un enroulement de spires selon un cylindre infini, est parcouru par un courant  $I$ . On note  $n$  la densité de spires par mètre le long de l'axe du cylindre. On considère que le champ magnétique généré est nul à l'extérieur du solénoïde et parallèle à son axe à l'intérieur. Donner l'expression du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.

12. Les disques durs des ordinateurs sont le plus souvent constitués d'un substrat d'aluminium sur lequel est déposée une fine couche d'alliage métallique à base de nickel, de perméabilité magnétique relative  $\mu_r = 600$ . On considère qu'un bit de données est stocké sur la surface du disque sur une zone carrée de côté 60 nm. Tous les moments dipolaires magnétiques de ce bit sont initialement orientés dans la direction correspondant à un bit mis à 0.

Les moments dipolaires sont ensuite orientés dans la direction opposée pour obtenir un bit égal à un grâce à l'application d'un champ magnétique de 10 mT par la tête d'écriture.

- Sachant qu'une surface de  $1 \mu\text{m}^2$  du disque contient  $10^{10}$  moments dipolaires, combien y a-t-il de moments dipolaires dans un bit ?
- Quelle est l'expression de l'énergie potentielle d'un moment dipolaire magnétique dans un champ magnétique localement uniforme ?
- Cette expression peut-elle être utilisée pour calculer la variation d'énergie potentielle d'un moment dipolaire lors de son changement d'orientation ?
- Quelle amplitude possède le champ magnétique dans la couche magnétique lorsque les moments dipolaires se sont tous orientés dans la direction imposée par la tête d'écriture ?

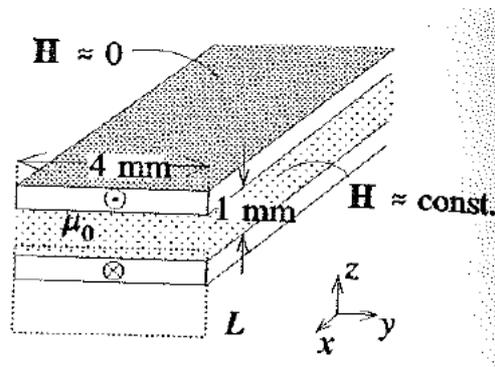
## TD3 : Champ magnétique et inductance

1. Deux bobines cylindriques de rayons  $R_1$  et  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ), de longueurs  $L_1$  et  $L_2$  ( $L_1 \gg L_2$ ), comportent respectivement  $N_1$  et  $N_2$  spires et possèdent le même axe. La première bobine est suffisamment longue pour considérer que l'approximation du solénoïde infini est valide. Calculer le coefficient d'inductance mutuelle entre les deux bobines.
  
2. Une bobine torique est composée de  $N$  spires rectangulaires de largeur  $b$  et de hauteur  $h$ , parcourues par un courant  $I$ . Le rayon intérieur du tore vaut  $a$ , et le rayon extérieur vaut donc  $a + b$ .
  - (a) Calculer le champ magnétique créé par la bobine torique partout dans l'espace. Montrer qu'il ne dépend pas de la géométrie des spires.
  - (b) La coefficient d'inductance propre de la bobine dépend quant à lui de la géométrie des spires. Calculer son expression.
  - (c) Montrer qu'on retrouve les résultats du solénoïde infini pour les deux questions précédentes quand on atteint le cas limite où  $b \ll a$ .
  
3. Deux longs câbles cylindriques parallèles de rayon  $a$  et séparés par une distance  $d$  sont parcourus par des courants d'égale intensité  $I$  et de sens opposés. Déterminer, en négligeant le flux dans les fils, l'inductance d'un segment de longueur  $\ell$  de cette paire de fils.
  
4. *Champ créé par une bobine plate circulaire sur son axe*

On considère une bobine plate constituée par l'enroulement de  $N$  spires circulaires de rayon  $R$ . La bobine étant plate, on considère que les  $N$  spires occupent à peu de chose près le même emplacement dans l'espace. Calculer le champ magnétique créé par la bobine, parcourue par un courant  $I$ , en n'importe quel point de son axe de symétrie, passant par le centre des spires et perpendiculaire au plan des spires.

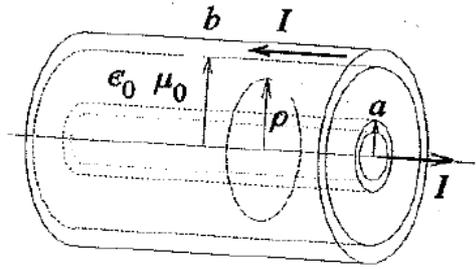
5. *Ligne de transmission à conducteurs plats*

Sur un circuit imprimé, une ligne de transmission est formée de deux conducteurs plats parallèles de 4mm de largeur déposés de chaque côté d'une plaque isolante de 1mm d'épaisseur et de perméabilité  $\mu_0$  (cf figure). Sachant que les conducteurs transportent un courant  $I$  dans des directions opposées, calculer l'inductance de cette ligne de transmission pour une longueur de 10cm. Considérer que le champ magnétique est uniforme entre les conducteurs et négliger le champ à l'extérieur.



6. *Câble coaxial*

Le câble coaxial permet de transmettre une onde électromagnétique pour des fréquences allant du courant continu jusqu'aux ondes millimétriques (60 GHz). Il est constitué de deux conducteurs cylindriques de même axe, de rayons respectifs  $a$  et  $b$ , séparés par un milieu isolant de perméabilité  $\mu_0$  (cf figure ci-dessous). Les deux conducteurs transportent un courant  $I$  le long du câble dans des directions opposées. Calculer l'inductance  $L$  par unité de longueur du câble.



7. On utilise une boussole à 6m au dessous d'une ligne électrique de 1000A.

- (a) Quelle est l'amplitude du champ magnétique au niveau de la boussole? Quelle est l'action de ce champ sur la boussole?
- (b) Ce champ influera-t-il sur la lecture de la boussole? Le champ magnétique terrestre horizontal est d'amplitude  $20\mu\text{T}$ .
- (c) L'aiguille de la boussole doit tourner de  $60^\circ$  pour s'orienter dans la direction du champ magnétique local. Quelle est la variation d'énergie potentielle magnétique de l'aiguille? (on considèrera le moment dipolaire magnétique de l'aiguille égal à  $5.10^{-3} \text{ A.m}^2$ )

8. *Bobines de Helmholtz*

Une bobine circulaire de centre  $O_1$ , de rayon  $R$  et contenant  $N$  spires parcourues par un courant  $I$  produit un champ  $B_1$  en un point  $M$  d'abscisse  $z = \overline{O_1M}$  sur son axe.

- (a) Donner l'expression de l'amplitude  $B_0$  du champ magnétique au centre de la bobine, en fonction de  $R$ ,  $I$  et  $N$ .
- (b) Donner l'expression de  $B_1(x)$  en fonction de  $B_0$  et de  $x = z/R$ .
- (c) Calculer  $\frac{dB_1}{dx}(x)$  et en déduire la valeur et la localisation des extrema de l'amplitude du champ magnétique sur l'axe.
- (d) Calculer  $\frac{d^2B_1}{dx^2}(x)$  et en déduire la valeur et la localisation des points d'inflexion de l'amplitude du champ magnétique sur l'axe.
- (e) On place une seconde bobine identique et coaxiale à la première, parcourue par un courant de même amplitude et de même sens. On note  $d = \overline{O_1O_2}/R$  où  $O_2$  est le centre de la seconde bobine. Exprimer l'amplitude  $B_2(x)$  à l'aide de  $B_1(x)$  et  $d$ .
- (f) On règle  $d > 0$  de telle sorte que l'un des points d'inflexion de  $B_1(x)$  coïncide avec l'un des points d'inflexion de  $B_2(x)$ . Déterminer  $d$ .
- (g) Tracer l'amplitude du champ total  $B_H = B_1 + B_2$  en fonction de  $z$ .
- (h) Ce montage est nommé *bobines de HELMHOLTZ*. Quel est son intérêt?

## TD4 : Conducteurs à l'équilibre électrostatique

- Calculer la densité surfacique de charge sur un conducteur portant une charge totale  $Q = 3 \mu\text{C}$  uniformément répartie sur sa surface pour les géométries suivantes :
  - une sphère de rayon  $R = 30 \text{ cm}$ ,
  - un cube de  $c = 10 \text{ cm}$  de côté,
  - un cylindre de rayon  $r = 50 \text{ cm}$  et de hauteur  $h = 20 \text{ cm}$ ,
  - un disque de rayon  $a = 1 \text{ m}$ .
- Dans un condensateur de charge  $9,6 \text{ nC}$  rempli d'air, une armature est au potentiel  $+70 \text{ V}$  et l'autre à  $+130 \text{ V}$ .
  - Calculer la capacité du condensateur et l'énergie qu'il contient.
  - Préciser le signe de la charge sur chacune des armatures. Indiquer le sens du champ électrique.
  - Le condensateur étant plan, d'épaisseur  $5 \text{ mm}$ , caractériser le champ électrique inter-armatures.
  - Que devient l'amplitude du champ électrique si le condensateur est maintenant rempli d'huile de constante diélectrique  $4,5$  ?
- Le volume inter-armatures d'un condensateur plan est rempli de polystyrène, diélectrique de constante  $2,6$  et de rigidité  $24 \text{ MV/m}$ . Quelle doit être l'aire minimale des plaques pour que le condensateur de capacité  $10 \text{ pF}$  puisse soutenir une  $ddp$  de  $4 \text{ kV}$  ?

### 4. Sphères conductrices chargées et effet de pointe

Une sphère  $S_1$ , parfaitement conductrice, de rayon  $R_1 = 9 \text{ cm}$ , porte une charge  $Q_1$  ; elle est placée dans le vide.

- Quelle est la distribution de charges ?
- Donner le champ créé dans tout l'espace par cette distribution de charges. En déduire le potentiel dans tout l'espace.
- Exprimer le champ à la surface de la sphère  $S_1$  en fonction de  $Q_1$ ,  $R_1$  et  $\epsilon_0$  puis avec  $\sigma$ , densité surfacique de charges, et  $\epsilon_0$ .

Une deuxième sphère conductrice,  $S_2$ , de rayon  $R_2 = 3 \text{ cm}$ , initialement neutre, est maintenant reliée par un fil conducteur long et fin à la sphère  $S_1$  précédente (figure 1). On supposera que le fil ne porte aucune charge et que les effets d'influence d'une sphère sur l'autre sont négligeables. Après connexion, les charges des deux sphères sont notées respectivement  $Q'_1$  et  $Q'_2$ .

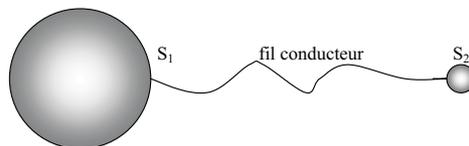


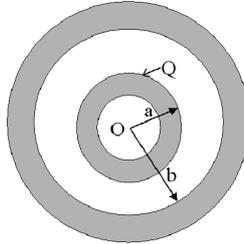
FIGURE 1 – Deux sphères conductrices reliées

- Exprimer  $Q'_1$  et  $Q'_2$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et de  $Q_1$ .
- Calculer les champs  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  à la surface des deux sphères ; en déduire une relation entre le rapport  $\|\vec{E}_1\|/\|\vec{E}_2\|$  et le rapport  $R_1/R_2$ . Faire l'application numérique, que conclure ?

### 5. Condensateur sphérique

Un condensateur sphérique est composé de deux sphères creuses concentriques conductrices (cf figure ci-dessous). On note  $a$  le rayon extérieur de la sphère intérieure, portant la charge  $+Q$ , et  $b > a$  le rayon intérieur de la sphère extérieure, portant la charge  $-Q$ .

- (a) Calculer le champ électrique entre les deux sphères.



- (b) Calculer la  $ddp U$  entre les deux sphères.  
(c) En déduire la capacité de ce condensateur.  
(d) Calculer l'énergie potentielle électrique emmagasinée dans ce condensateur :  
– en utilisant la capacité du système  
– en intégrant la densité volumique d'énergie électrique entre les armatures  
(e) Que devient la capacité si la distance inter-armature  $e = b - a$  est très faible devant le rayon des sphères? En déduire l'expression de la capacité du condensateur plan.  
(f) Une sphère d'épaisseur négligeable et de rayon  $c$ , avec  $a < c < b$ , comporte une charge  $q$ . On maintient la même  $ddp U$ , quelle est la nouvelle charge  $Q'$  portée par les armatures du condensateur? Cet effet est à la base du fonctionnement de la plupart des écrans tactiles.

### 6. Blindage électrostatique

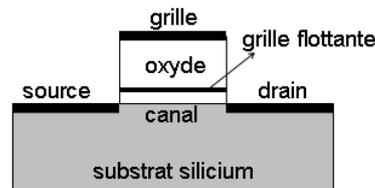
Une charge ponctuelle  $+Q$  est introduite au centre d'une sphère métallique creuse, de rayon intérieur  $a$  et de rayon extérieur  $b$ .

- (a) Calculer le champ électrique en tout point de l'espace.  
(b) Même question si la sphère a été mise à la terre après avoir introduit la charge ponctuelle.

## TD5 : Circuit électrique en courant continu

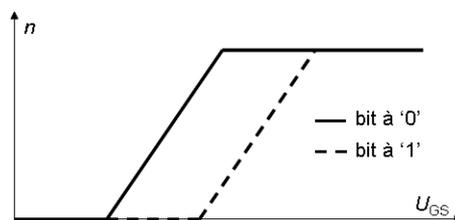
Remarque : les grandeurs vectorielles sont notées **en gras**.

1. Un fil de section  $1\text{mm}^2$  et de longueur  $1\text{m}$  transporte un courant de  $4\text{A}$  lorsqu'on applique une  $ddp$  de  $2\text{V}$  à ses extrémités. Caculer la conductivité de l'alliage utilisé.
2. Un fil donné à une résistance  $R$ . Un autre fil taillé dans le même matériau est une fois et demi plus long et son diamètre est deux fois moins grand. En déduire  $R'$ .
3. Un fusible fond lorsque la densité volumique de courant atteint  $500\text{A}/\text{cm}^2$ . Quel est le diamètre d'un fusible cylindrique de calibre  $0,5\text{A}$  ?
4. Dans le cuivre, la densité de charges mobiles est  $\rho = -1.3 \cdot 10^{10}\text{C}\cdot\text{m}^{-3}$ . Calculer la vitesse des électrons dans un fil de cuivre de section  $1\text{mm}^2$  traversée par un courant  $I=1\text{A}$ . On suppose la densité de courant  $\mathbf{j}$  uniforme sur la section.
5. L'élément de base de stockage de données dans les mémoires flash possède l'architecture décrite sur le schéma ci-dessous.



La source, le drain, la grille et la grille flottante sont des zones métalliques. La grille flottante est environnée d'un oxyde isolant. Le canal est la zone du substrat silicium située entre la source et le drain. Cette zone a la particularité de posséder une densité d'électrons de conduction  $n$  variable en fonction de la tension  $U_{GS}$  appliquée entre grille et source. En outre, comme la couche d'oxyde entre canal et grille flottante est très fine, certains électrons du canal peuvent la traverser si  $U_{GS} \gg 0$  et rester piégés dans la grille flottante : c'est l'écriture d'un bit de données à '1'. Pour le remettre à zéro, il suffit d'appliquer une tension opposée  $U_{GS} \ll 0$ .

La figure suivante décrit la variation caractéristique de  $n$  en fonction de  $U_{GS}$ , selon que des électrons sont stockés dans la grille flottante ou non.



- (a) Pourquoi la courbe est-elle décalée vers des tensions plus élevées lorsque le bit est à "1" ?
- (b) En appliquant une tension entre drain et source, un courant peut circuler dans le canal si des électrons sont présents. Dans quelle plage de tension  $U_{GS}$  est-il préférable de se placer pour déterminer si le bit est à "0" ou "1" (lecture du bit) ?
- (c) Lors de la lecture, un courant de  $10\ \mu\text{A}$  circule dans le canal. A quelle vitesse se déplacent les électrons dans le canal ? La longueur du canal entre source et drain est de  $100\text{nm}$ , son épaisseur  $20\text{nm}$  et sa largeur  $80\text{nm}$ . On considère que la densité d'électrons  $n$  est de  $10^{24}\text{m}^{-3}$ .

6. Une **pile solaire** produit une  $ddp$  de 100mV lorsqu'on la relie à une résistance de  $500\Omega$  et une  $ddp$  de 150mV lorsqu'on double la résistance.
- Déterminer la  $fem$   $e$  et la résistance interne  $r_G$  de la pile solaire.
  - La pile de  $5\text{cm}^2$  d'aire reçoit une puissance lumineuse de densité surfacique  $2\text{mW}/\text{cm}^2$ . Avec quelle efficacité la pile transforme-t-elle l'énergie solaire en énergie thermique dans la résistance de  $1000\Omega$ ?

7. *Etude électrique de phénomènes atmosphériques*

On considère une surface  $S = 5 \cdot 10^5 \text{ km}^2$  de la Terre suffisamment restreinte pour la considérer comme plane. Par beau temps, l'atmosphère peut alors être considérée comme le milieu contenu entre les armatures d'un condensateur plan de section horizontale  $S$ . Une des armatures est constituée par le sol (altitude  $z = 0$ ), de potentiel nul. L'autre par la surface inférieure de l'ionosphère ( $z = z_2 = 50 \text{ km}$ ), de potentiel  $V_2 > 0$ , où les molécules sont ionisées par le vent solaire et les rayons cosmiques. L'atmosphère est un milieu légèrement conducteur de conductivité  $\gamma(z) = \gamma_0 \exp(z/a)$ , avec  $a = 8,8 \text{ km}$ .

- Un courant permanent, d'intensité  $I_0 = 1.5 \text{ A}$ , traverse l'atmosphère. Dans quel sens circule-t-il?
- Déterminer l'expression de  $\mathbf{E}$ , puis du potentiel  $V$ , en fonction de  $z$ .
- On mesure au niveau du sol  $E_0 = 100 \text{ V/m}$ . Calculer  $\gamma_0$  et  $V_2$ .
- La surface totale de la Terre est  $S_T = 5 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$ . Comment calculer simplement le courant total  $I_T$  circulant dans l'atmosphère?
- Le courant de retour est assuré par les orages. Sachant qu'il y a environ 100 éclairs par seconde sur toute la Terre, quelle est la charge transportée en moyenne par un éclair? La durée typique d'un éclair étant de 3 ms, quel courant y circule?

8. *Effet HALL*

Dans un repère orthonormé direct  $(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z)$ , un cube métallique de côté  $d = 1,5\text{cm}$  se déplace dans la direction des  $y$  positifs avec une vitesse  $\mathbf{v}$  de  $4\text{m/s}$  dans un champ magnétique uniforme  $\mathbf{B}$  d'amplitude  $50\text{mT}$  et dirigé suivant les  $z$  positifs.

- Quelle est, sous l'effet du mouvement dans le champ, la face du cube de plus haut potentiel, et celle de plus bas potentiel?
- Quelle est la  $ddp$  entre ces deux faces?

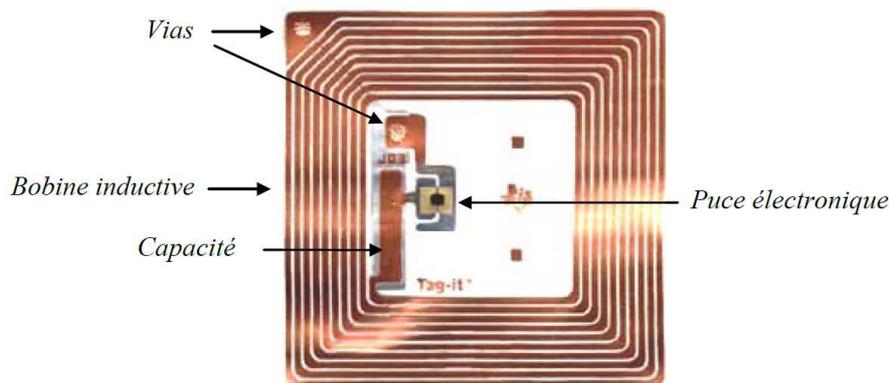
## TD6 : Induction électromagnétique

Remarque : les grandeurs vectorielles sont notées **en gras**.

1. Un matériau conducteur élastique est étiré pour former une spire circulaire de rayon 25cm. Il est plongé dans un champ magnétostatique de 0,1T dirigé suivant son axe. Lorsqu'on relâche la boucle, son rayon commence à diminuer à une vitesse de 1m/s. Quelle est la *fem* induite à cet instant et dans quel sens circule le courant induit ?
2. Donner l'expression du courant induit dans une bobine plate fixe de  $N$  spires d'aire  $S$  et de normale  $\mathbf{u}_n$  par un champ magnétique  $\mathbf{B}_0 \sin \omega_0 t$  faisant un angle  $\alpha$  avec  $\mathbf{u}_n$ .
3. Donner l'expression du courant induit par un champ magnétostatique  $\mathbf{B}_0$  dans une bobine plate de  $N$  spires d'aire  $S$  et de normale  $\mathbf{u}_n$  en rotation à la pulsation  $\omega_1$  autour d'un axe  $\Delta$  perpendiculaire aux vecteurs  $\mathbf{B}_0$  et  $\mathbf{u}_n$ . A l'instant  $t = 0$ ,  $\mathbf{B}_0$  et  $\mathbf{u}_n$  sont colinéaires et de même sens.
4. Donner l'expression du courant induit par un champ magnétique  $\mathbf{B}_0 \sin \omega_0 t$  dans une bobine plate de  $N$  spires d'aire  $S$  et de normale  $\mathbf{u}_n$  en rotation à la pulsation  $\omega_1$  autour d'un axe  $\Delta$  perpendiculaire aux vecteurs  $\mathbf{B}_0$  et  $\mathbf{u}_n$ . A l'instant  $t = 0$ ,  $\mathbf{B}_0$  et  $\mathbf{u}_n$  sont colinéaires et de même sens.

### 5. Carte d'accès

Les technologies de radio-identification (puces RFID) sont des technologies d'identification sans contact massivement utilisées dans le quotidien (cartes d'identification pour le transport, l'emprunt de documents, puces antivols...). Elles sont pour la plupart basées sur l'induction électromagnétique, avec une architecture typique représentée sur la figure ci-dessous.

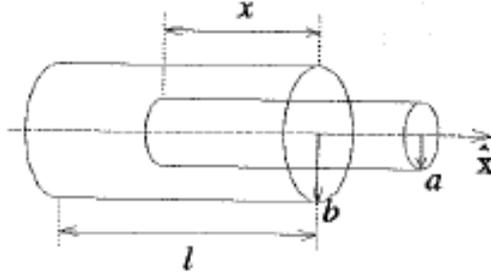


Prenons l'exemple d'une carte permettant de commander à distance la barrière d'accès d'un parking. L'antenne de la barrière est une boucle de courant circulaire de rayon 5 cm qui comporte 200 tours et qui est alimentée par un courant alternatif d'amplitude 2.5 mA. Elle émet régulièrement un train d'ondes à la fréquence de 400 Mhz. La carte d'accès, de la taille d'une carte de crédit (5 cm par 8 cm), comporte une boucle de 200 tours de fils. L'antenne crée un champ magnétique qui induit dans la carte une tension électromotrice. Celle-ci alimente un circuit qui réémet une onde modulée selon un code qui est spécifique à la carte.

- (a) La carte est présentée dans l'axe de l'antenne, à une distance de 80 cm. Calculer la valeur du champ magnétique au centre de la carte.
- (b) Quelle est la tension électromotrice induite dans la boucle de la carte en fonction de l'angle formé par l'axe de l'antenne et la normale à la surface de la carte? On supposera le champ magnétique uniforme sur la surface de la carte.

En pratique, les boucles comportent moins de tours, ce qui réduit la portée du système.

6. Un capteur de déplacement est formé de deux bobines coaxiales de longueur  $l$  comportant chacune  $N$  tours. Un courant  $I = I_0 \sin \omega t$  circule dans la bobine extérieure de rayon  $b$ . Quelle est la force électromotrice aux bornes de la bobine intérieure de rayon  $a$  qui est mobile, lorsque le chevauchement entre les deux bobines est égal à  $x$  (cf figure)? Le rayon  $b$  est beaucoup plus petit que la longueur  $l$ , ce qui permet de considérer que le champ magnétique est constant à l'intérieur de la bobine et nul à l'extérieur.



7. Une spire conductrice carrée de côté  $c$  est à une distance  $x$  d'un fil rectiligne infini parcouru par un courant continu  $I$ . La spire et le fil sont dans un même plan, avec deux des côtés de la spire parallèles au fil. Calculer la *fem* induite dans la spire lorsqu'on écarte celle-ci du fil à une vitesse  $v$ . Faire un schéma et spécifier le sens du courant induit.

#### 8. Mouvement relatif de deux barres

Deux tiges métalliques identiques parallèles, de résistance électrique  $R$  et de masse  $m$  chacune, peuvent glisser sans frottement sur deux rails conducteurs parallèles et écartés d'une distance  $a$ . L'ensemble, horizontal, est soumis à un champ magnétostatique uniforme vertical  $\mathbf{B}$ . Le système est initialement au repos. A l'instant  $t = 0$ , un opérateur déplace la première tige le long des rails à une vitesse constante  $v_0$  de sorte qu'elle s'éloigne de la seconde tige.

- Faire une étude qualitative du problème.
- Donner l'expression des *fem*  $e_1$  et  $e_2$  des deux barres en fonction de  $B$ ,  $a$ ,  $v_0$  et la vitesse  $v$  de la seconde barre.
- En déduire l'intensité et le sens du courant dans le circuit composé des barres et des rails.
- A l'aide du principe fondamental de la dynamique, établir l'équation différentielle vérifiée par  $v$ .
- Donner l'expression de  $v(t)$ . Expliciter le régime stationnaire.

## TD7 : Electromagnétisme

---

Remarque : les grandeurs vectorielles sont notées **en gras**.

1. Quelle est la taille maximale d'un circuit de distribution dans l'ARQS aux USA où la fréquence secteur est de 60Hz?

### 2. Condensateur dans l'ARQS

Un condensateur plan est constitué de deux armatures en forme de disque de rayon  $R$  et de surface  $S$ . Deux fils provenant de l'infini arrivent perpendiculairement à chacune des armatures en leur centre, et sont parcourus par un même courant sinusoïdal  $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$ . Les 2 armatures portent respectivement les charges  $Q(t)$  et  $-Q(t)$ .

- (a) Rappeler l'expression du champ électrique inter-armature en fonction de  $Q$  et  $S$  à l'équilibre électrostatique.
  - (b) En utilisant la conservation de la charge, quelle est la relation entre le courant  $i(t)$  quittant l'armature positive et  $Q(t)$ ?
  - (c) Calculer la densité volumique de courant de déplacement entre les 2 armatures. Que vaut le courant de déplacement total entre les 2 armatures?
  - (d) calculer le champ magnétique créé entre les deux armatures.
3. Un solénoïde infini de rayon  $R$  et de densité linéique de spires  $n$  est parcouru par un courant sinusoïdal  $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$ . Quelle est la densité volumique de courant de déplacement créée dans tout l'espace?
  4. Comparer l'amplitude crête à crête des courants de conduction et de déplacement à 50Hz et à 1Mhz dans les divers matériaux suivants :
    - (a) cuivre  $\gamma = 5,9 \cdot 10^7 \text{S/m}$  et  $\epsilon_r \simeq 1$ ,
    - (b) eau de mer  $\gamma = 4,3 \text{S/m}$  et  $\epsilon_r \simeq 81$ ,
    - (c) silicium  $\gamma = 4 \cdot 10^{-4} \text{S/m}$  et  $\epsilon_r \simeq 11,7$ , et
    - (d) chlorure de sodium  $\gamma = 2 \cdot 10^{-7} \text{S/m}$  et  $\epsilon_r \simeq 5,6$ .
  5. Calculer l'épaisseur de peau dans le cuivre à 50Hz et à 1MHz. En déduire la résistance linéique d'un fil électrique de section  $1 \text{mm}^2$  à ces deux fréquences.

### 6. Propagation dans un câble coaxial

Un câble coaxial est constitué de deux conducteurs creux, assimilés à des surfaces cylindriques de rayons  $a$  et  $b$ , avec  $a < b$ , le potentiel de référence étant pris égal à zéro sur le cylindre de rayon  $a$ . On considère qu'une portion élémentaire de longueur  $dz$  de ce câble peut être modélisée par le circuit schématisé ci-dessous. Elle possède une capacité  $C_0 dz$  entre les conducteurs et une inductance propre  $L_0 dz$  entre les sections d'entrée et de sortie, où  $C_0$  et  $L_0$  sont respectivement les capacités et inductances propres par unité de longueur du câble, données par les formules :  $C_0 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)}$  et  $L_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(b/a)$ .

- (a) Avec la loi des mailles, établir une relation entre  $U(z, t)$  et  $U(z + dz, t)$ .
- (b) Avec la loi des noeuds, établir une relation entre  $i(z, t)$  et  $i(z + dz, t)$ .
- (c) En déduire que  $U(z, t)$  et  $i(z, t)$  vérifient les relations suivantes :  $\frac{\partial U}{\partial z} = -L_0 \frac{\partial i}{\partial t}$  et  $\frac{\partial i}{\partial z} = -C_0 \frac{\partial U}{\partial t}$ .
- (d) Etablir que  $U$  et  $i$  vérifient une relation de propagation du type :  $\frac{\partial^2 X}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 X}{\partial t^2}$ . Que vaut  $v$  ?
- (e) La solution générale d'une telle équation se met sous la forme :  $X(z, t) = X_1(t - z/v) + X_2(t + z/v)$ .  
Quelle est la signification physique de  $v$  et des deux termes de la solution ?