Électromagnétisme
pour la Licence de Sciences pour l'Ingénieur
– Travaux Dirigés –

Aix-Marseille Université,
FST Saint Jérôme, Marseille

Septembre 2015

.

TD1 - Force électromagnétique

1 Charge et courant

Un courant continu d'intensité 1A passe pendant 1 minute dans une résistance de 1Ω. Quelle quantité de charge est déplacée ?

2 Cristal

Dans la structure cristalline du chlorure de cesium, les ions Cs^+ occupent les coins d'un cube d'arête 0,4nm alors qu'un ion Cl^- est au centre. La force électrostatique $\vec{\mathrm{F}}^e$ exercée par une charge q_1 sur une charge q_2 est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{\mathrm{F}}^e = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{\mathrm{u}}_{12}, \tag{1}$$

avec $\epsilon_0 \simeq 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ (SI) la permittivité diélectrique du vide, r la distance entre les deux charges et $\vec{\mathrm{u}}_{12}$ le vecteur unitaire orienté de q_1 vers q_2.

a. Quelle est la force électrostatique qu'exercent les huit ions Cs^+ sur l'ion Cl^- ?

b. Le cristal est imparfait et un ion Cs^+ manque. Quelle est la force électrostatique qu'exercent les sept ions Cs^+ présents sur l'ion Cl^- ?

3 Force de freinage

Un électron pénètre dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme. Sous quelle condition sa trajectoire sera-t-elle rectiligne ? Quelle doit alors être le sens du champ pour que l'électron soit freiné ?

4 Vitesse d'un proton

Un proton de charge $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C et de vitesse $\vec{v}$ entre dans une zone où règnent un champ électrique $\vec{E} = E\vec{e}_x$ et un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_y$. Si $E = 10$ V/m et $B = 10$ mT, caractériser la vitesse $\vec{v}$ pour qu'elle ne soit pas modifiée lors de la traversée de la zone

5 Point d'équilibre

Deux charges ponctuelles sont placées fixement sur l'axe des x : la première en $x_1 = 0$ porte une charge $q_1 = +3\mu$C et la seconde en $x_2 = 40$cm une charge $q_2 = -5\mu$C.

a. Calculer la force electrostatique (1) exercée sur une troisième particule de position x sur l'axe et de charge q.

b. En déduire les positions d'équilibre.

c. Discuter la stabilité de ces équilibres.

6 Force électrostatique et poids

Deux boules de liège identiques de masse m=30g et charge q pendent d'un plafond par des fils de longueur identique l=15cm, dont les points d'attache sont espacés de $d = 10$ cm. Soit θ=30° l'angle entre les fils et la verticale à l'équilibre.

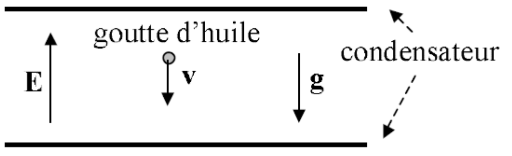
a. Trouver en utilisant (1) la charge de chaque sphère.

b. Traiter le cas de deux boules de même masse et de charges différentes.

7 Champ magnétique terrestre

Une ligne électrique transporte un courant de 1kA d'ouest en est. Le champ magnétique terrestre est horizontal, orienté vers le nord, et a une amplitude de 0,5mT. Quelle force est exercée sur chaque mètre de ligne ?

8 Expérience de Millikan



Des gouttelettes d'huile sont pulvérisées dans un condensateur à l'intérieur duquel le champ électrique $\vec{E}$ est constant. Une gouttelette se déplace par effet de la gravité, du champ et de la friction visqueuse. On supposera que la force de frottement est donnée par la formule : $F_f = -6\pi\eta r v$, où $\eta = 1{,}8.10^{-5}$ Pa.s est la viscosité de l'air et r le rayon de la gouttelette. On néglige la poussée d'Archimède.

a. Calculer la vitesse (en fonction du temps) de la goutte lorsque le champ électrique est nul.

b. Déduire l'existence d'une vitesse limite v_l et calculer sa valeur.

c. On applique un champ électrique $\vec{E}$ (colinéaire à la gravité) jusqu'à ce que la gouttelette se trouve à l'arrêt. Calculer la charge d'une gouttelette en fonction du champ électrique et de la vitesse limite à champ nul, v_l.

A.N. : La masse volumique de l'huile est $\rho_h = 1{,}05.10^3\,\text{kg.m}^{-3}$, $E = \left\|\vec{E}\right\| = 524\,\text{kV.m}^{-1}$, r=1.8×10^{-6}.

TD2 - Champ électrostatique

1 Différence de potentiel

Calculer l'énergie cinétique et la vitesse d'un noyau d'oxygène (8 protons et 8 neutrons) initialement au repos et accéléré avec une ddp de 10^7 V. On donne $m_p = m_n = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg et $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

2 Énergie interne

Un système est formé de deux charges ponctuelles q_1 et q_2 placées respectivement aux points A et B distants de a.

a. Calculer le travail de la force de Coulomb W_1 exercée par q_2 immobile en B sur la charge q_1 lorsque celle-ci quitte le point A pour aller à l'infini.

b. En déduire l'énergie de constitution ou énergie interne du système.

c. Étudier l'énergie interne d'un système composé de trois charges q_1, q_2, q_3 aux sommets du triangle équilatéral (ABC) de côté a.

3 Force et champ

On considère deux charges q_1 et $q_2 = 2q_1$ en interaction.

a. Quelle charge exerce la plus grande force sur l'autre ? Calculer le rapport F_{21}/F_{12}.

b. Quelle charge crée le plus grand champ ? Calculer le rapport $E_2(P_1)/E_1(P_2)$.

4 Champ électrique

Trois particules de charge q sont placées en trois sommets A, B et C d'un carré de côté a. Touver la direction et l'amplitude du champ électrique total produit par ces trois charges en :

a. O le centre du carré,

b. D le quatrième sommet du carré.

5 Gradient

a. Calculer pour $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ la dérivée partielle $\frac{\partial r}{\partial x}$, puis $\frac{\partial 1/r}{\partial x}$ en utilisant $\frac{\partial f(r)}{\partial x} = f'(r)\frac{\partial r}{\partial x}$.

b. En déduire les gradients $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, r$ et $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, \frac{1}{r}$

TD3 - Charge surfacique et volumique

1 Densité de charge

Calculer la densité volumique de charge d'un corps portant une charge totale $Q = 3\ \mu$C uniformément répartie sur son volume pour les géométries suivantes :

a. une sphère de rayon $R = 30$ cm,

b. un cube de $c = 10$ cm de coté,

c. un cylindre de rayon $r = 50$ cm et de hauteur $h = 20$ cm,

d. un disque de rayon $a = 1$ m.

Le corps étant maintenant conducteur, calculer sa densité surfacique de charge, supposée uniforme.

2 Boule chargée

a. Donner l'expression dans tout l'espace du champ électrostatique et du potentiel scalaire créé par une boule uniformément chargée en volume de rayon R et de charge Q.

b. Calculer pour $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ la dérivée partielle $\frac{\partial r}{\partial x}$,
puis $\frac{\partial(1/r^3)}{\partial x}$ en utilisant $\frac{\partial f(r)}{\partial x} = f'(r)\frac{\partial r}{\partial x}$,
et ensuite $\frac{\partial(x/r^3)}{\partial x}$ avec $\frac{\partial(fg)}{\partial x} = f\frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial x}g$.

c. Calculer dans la boule
$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$
la divergence du champ électrostatique.

d. Calculer dans la boule
$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}$$
la composante en x du rotationnel du champ électrostatique.

3 Blindage électrostatique

Une charge ponctuelle q est introduite au centre O d'une sphère métallique creuse de rayon a, d'épaisseur négligeable et de densité surfacique σ, supposée uniforme.

a. À l'aide du théorème de Gauss, donner l'expression du champ $\vec{\mathrm{E}}$ en fonction de la distance r à O.

b. En déduire le potentiel $V(r)$ de telle sorte qu'il s'annule à l'infini.

c. La sphère est mise à la terre de potentiel 0 V. Déterminer alors σ en fonction de q et a.

d. Tracer dans ce cas et pour $q > 0$ les courbes $V(r)$ et la composante radiale $E_n(r)$ du champ électrostatique.

4 Condensateur sphérique

Un condensateur sphérique est composé de deux sphères concentriques conductrices séparées par de l'air. On note a le rayon de la sphère intérieure, portant la charge $+Q > 0$, et $b > a$ le rayon de la sphère extérieure, portant la charge $-Q$.

a. Calculer le champ électrique entre les deux sphères.

b. Calculer la ddp U entre les deux sphères.

c. En déduire la capacité $C = Q/U$ de ce condensateur.

d. Calculer l'énergie électrique emmagasinée dans ce condensateur :
— directement à partir de la charge et de la ddp : $\frac{1}{2}QU$.
— en intégrant la densité volumique d'énergie électrique $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ sur le volume inter-armatures.

e. Que devient la capacité C si les deux plaques sont séparées par un isolant de permittivité ε_r ?

f. Que devient la capacité C si la distance inter-armature $e = b - a$ est très faible devant le rayon des sphères ? En déduire l'expression de la capacité du condensateur plan.

g. Une sphère de rayon c, avec $a < c < b$, et portant une charge q est rajoutée. La ddp U restant inchangée, quelle est la nouvelle charge $\pm Q'$ portée par les armatures du condensateur ? Cet effet est à la base du fonctionnement de la plupart des écrans tactiles.

TD4 - Conducteur

a. Un fil de section $1\,\mathrm{mm}^2$ et de longueur 1 m transporte un courant de 4 A lorsqu'on applique une ddp de 2 V à ses extrémités. Calculer la conductivité de l'alliage utilisé.

b. Un fusible fond lorsque la densité volumique de courant atteint $500\mathrm{A/cm}^2$. Quel est le diamètre d'un fusible cylindrique de calibre 0,5A ?

c. Dans le cuivre, la densité de charges mobiles est $\rho_m = -1.3\ 10^{10}\mathrm{C.m}^{-3}$. Calculer la vitesse des électrons dans un fil de cuivre de section 1 mm^2 traversée par un courant I=1A. On suppose la densité de courant $\vec{\jmath}$ uniforme sur la section.

1 Pile solaire

Une pile solaire produit une ddp de 100 mV lorsqu'on la relie à une résistance de 500 Ω et une ddp de 150 mV lorsqu'on double la résistance.

a. Déterminer la force électromotrice e et la résistance interne r_G de la pile solaire.
b. La pile de 5 cm^2 d'aire reçoit une puissance lumineuse de densité surfacique 2 mW/cm^2. Avec quelle efficacité la pile transforme-t-elle l'énergie solaire en énergie thermique dans la résistance de 1000 Ω ?

2 Électricité atmosphériques

On considère une surface $S = 5 \cdot 10^5$ km^2 de la Terre suffisamment restreinte pour la considérer comme plane. Par beau temps, l'atmosphère peut alors être considérée comme le milieu contenu entre les armatures d'un condensateur plan de section horizontale S. Une des armatures est constituée par le sol (altitude $z = 0$), de potentiel nul. L'autre par la surface inférieure de l'ionosphère ($z = z_2 = 50$ km), de potentiel $V_2 > 0$, où les molécules sont ionisées par le vent solaire et les rayons cosmiques. L'atmosphère est un milieu légèrement conducteur de conductivité $\gamma(z) = \gamma_0 \exp(z/a)$, avec $a = 8{,}8$ km.

a. Un courant permanent, d'intensité $I_0 = 1.5$ A, traverse l'atmosphère. Dans quel sens circule-t-il ?
b. En supposant l'atmosphère ohmique, déterminer l'expression du champ $\vec{\mathrm{E}}$, puis du potentiel V, en fonction de z.
c. On mesure au niveau du sol $E_0 = 100$ V/m. Calculer γ_0 et V_2.
d. L'aire totale de la Terre est $S_T = 5 \cdot 10^8$ km^2. Comment calculer simplement le courant total I_T circulant dans l'atmosphère ?
e. Le courant de retour est assuré par les orages. Sachant qu'il y a environ 100 éclairs par seconde sur toute la Terre, quelle est la charge transportée en moyenne par un éclair ?
f. La durée typique d'un éclair étant de 3 ms, quel courant y circule ?

3 Effet Kelvin

À haute fréquence, le courant ne se répartit pas uniformément sur la section circulaire des fils électriques, mais se concentre sur leur périphérie, une couronne d'épaisseur δ où

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \gamma}} \quad \text{(m)}$$

est l'épaisseur de peau dans le conducteur de conductivité γ et de perméabilité μ_0 à la pulsation $\omega = 2\pi f$.

a. Calculer l'épaisseur de peau du cuivre à 50 MHz.
b. Comparer la résistance linéique d'un fil de cuivre d'1 mm de diamètre en courant continu

$$\frac{R_{BF}}{\ell} = \frac{1}{\gamma S} \qquad S = \frac{\pi}{4} d^2$$

et sa résistance linéique à 50 MHz

$$\frac{R_{HF}}{\ell} = \frac{1}{\gamma S_{eff}} \qquad S_{eff} = \pi d \delta.$$

en ohms par mètres.

TD5 - Champ magnétostatique

1 Quatre fils électriques parallèles

Quatre fils électriques rectilignes infinis parcourus par des courants d'intensité I sont placés aux sommets d'un carré. Pour les trois cas d'orientation des courants suivants, représenter sur un schéma les quatre vecteurs champ magnétique au centre du carré. Dans quel(s) cas le champ magnétique est-il non nul ?

2 Bobine plate

a. Calculer le champ magnétique $\vec{B}_b(x)$ créé par une bobine plate de N spires circulaires de centre O, de rayon a traversées par un courant I en un point d'abscisse x de son axe.

b. Que vaut l'amplitude B_0 du champ au centre de la bobine ?

c. Donner le comportement asymptotique de ce champ lorsque $|x|$ tend vers l'infini.

d. Exprimer le champ asymptotique en fonction du moment dipolaire magnétique de la bobine $m = NI\pi a^2$.

3 Solénoïde - 1re partie

On considère un solénoïde court, constitué de N spires circulaires de courant I bobinées sur un cylindre de longueur ℓ et de centre O. Le calcul donne le champ magnétique

$$\vec{B}_\ell(x) = \frac{\mu_0 NI}{2\ell}\left(\frac{\ell/2 - x}{\sqrt{a^2 + (\ell/2 - x)^2}} + \frac{\ell/2 + x}{\sqrt{a^2 + (\ell/2 + x)^2}}\right)\vec{u}_x \qquad (2)$$

en un point d'abscisse x de son axe.

a. Montrer qu'on retrouve le champ magnétique $\vec{B}_b(x)$ de la bobine plane à la limite $\ell \to 0$.

b. Que devient l'expression du champ magnétique pour le solénoïde long, à la limite $\ell \to \infty$?

4 Câble électrique

On considère un câble rectiligne infini de section circulaire de rayon a et parcouru par un courant continu d'intensité I uniformément répartie sur la section du fil.

a. Donner l'expression dans tout l'espace du champ magnétostatique créé par le câble.

b. Calculer le rotationnel et la divergence de ce champ.

TD6 - Induction

1 Solénoïde - 2e partie

On considère un solénoïde court, constitué de N spires circulaires de courant I bobinées sur un cylindre de longueur ℓ et de centre O.

a. Utiliser le champ du solénoïde long $\mu_0(N/\ell)I$ pour calculer φ le flux magnétique à travers une des spires du solénoïde court.

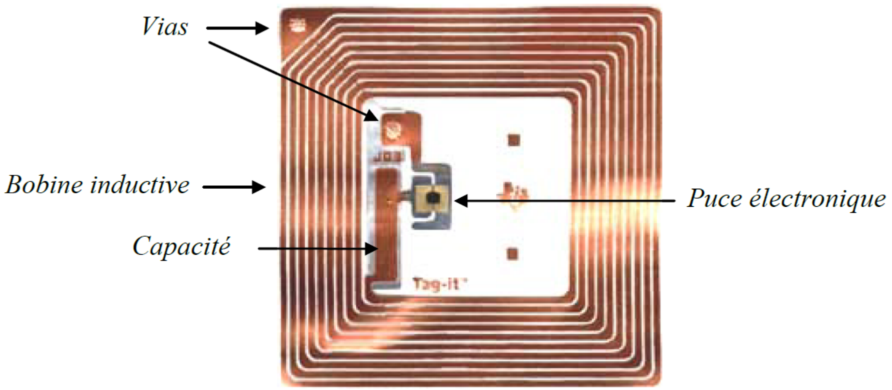
b. En déduire une première expression de l'inductance $L = N\phi/I$ du solénoïde court.

c. Proposer à l'aide de (2) une expression plus précise de cette inductance.

d. Application numérique : $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}\,\mathrm{H/m}$, $I = 200\,\mathrm{mA}$, $n = 1000$ spires par mètre, $a = 2\,\mathrm{cm}$, $\ell = 15\,\mathrm{cm}$.

2 Carte d'accès

Les technologies de radio-identification (puces RFID) sont des technologies d'identification sans contact massivement utilisées dans le quotidien (cartes d'identification pour le transport, l'emprunt de documents, puces antivol...). Elles sont pour la plupart basées sur l'induction électromagnétique, avec une architecture typique représentée sur la figure ci-dessous.



Prenons l'exemple d'une carte permettant de commander à distance la barrière d'accès d'un parking. L'antenne de la barrière est une boucle de courant circulaire de rayon 5 cm qui comporte 200 tours et qui est alimentée par un courant alternatif d'amplitude 2.5 mA. Elle emet régulièrement un train d'ondes à la fréquence de 400 Mhz. La carte d'accès, de la taille d'une carte de crédit (5 cm par 8 cm), comporte une boucle de 200 tours de fils. L'antenne crée un champ magnétique qui induit dans la carte une tension électromotrice. Celle-ci alimente un circuit qui réémet une onde modulée selon un code qui est spécifique à la carte.

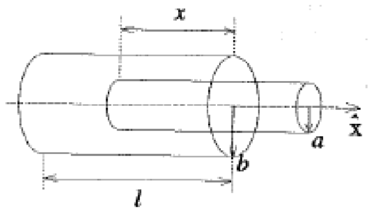
a. La carte est présentée dans l'axe de l'antenne, à une distance de 80 cm. Calculer la valeur du champ magnétique au centre de la carte.

b. Quelle est le coefficient de mutuelle inductance entre la carte et l'antenne en fonction de l'angle formé par l'axe de l'antenne et la normale à la surface de la carte ? On supposera le champ magnétique uniforme sur la surface de la carte.

c. En déduire la tension électromotrice induite dans la boucle de la carte.

3 Capteur de déplacement

Un capteur de déplacement est formé de deux bobines solénoïdales coaxiales de longueur l comportant chacune N tours. Un courant $I = I_0 \sin \omega t$ circule dans la bobine extérieure de rayon b. Le rayon b est beaucoup plus petit que la longueur l, ce qui permet de considérer que le champ magnétique est constant à l'intérieur de la bobine et nul à l'extérieur.



a. Quel est le coefficient de mutuelle inductance entre les deux bobines lorsque le chevauchement entre les deux bobines est égal à x ?

b. En déduire la force électromotrice induite aux bornes de la bobine intérieure.

TD7 - Induction de Lorentz

1 Mouvement relatif de deux barres

Deux tiges métalliques identiques parallèles, de résistance électrique R et de masse m chacune, peuvent glisser sans frottement sur deux rails conducteurs parallèles et écartés d'une distance a. L'ensemble, horizontal, est soumis à un champ magnétostatique uniforme vertical $\mathbf{B}$. Le système est initialement au repos. A l'instant $t = 0$, un operateur déplace la première tige le long des rails à une vitesse constante v_0 de sorte qu'elle s'éloigne de la seconde tige.

a. Faire une étude qualitative du problème.

b. Donner l'expression des *fem* e_1 et e_2 des deux barres en fonction de B, a, v_0 et la vitesse v de la seconde barre.

c. En déduire l'intensité et le sens du courant dans le circuit composé des barres et des rails.

d. A l'aide du principe fondamental de la dynamique, établir l'équation différentielle vérifiée par v.

e. Donner l'expression de $v(t)$. Expliciter le régime stationnaire.

2 Condensateur dans l'ARQS

Un condensateur plan est constitué de deux armatures en forme de disque de rayon R et de surface S. Deux fils provenant de l'infini arrivent perpendiculairement à chacune des armatures en leur centre, et sont parcourus par un même courant sinusoïdal $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$. Les 2 armatures portent respectivement les charges $Q(t)$ et $-Q(t)$.

a. Rappeler l'expression du champ électrique inter-armature en fonction de Q et S à l'équilibre électrostatique.

b. En utilisant la conservation de la charge, quelle est la relation entre le courant $i(t)$ quittant l'armature positive et $Q(t)$?

c. Calculer la densité volumique de courant de déplacement entre les deux armatures. Que vaut le courant de déplacement total entre les deux armatures ?

d. Calculer le champ magnétique créé entre les deux armatures.

3 Solénoïde dans l'ARQS

Un solénoïde infini de rayon R et de densité linéique de spires n est parcouru par un courant sinusoïdal $i(t) = i_0 \sin(\omega t)$. Quelle est la densité volumique de courant de déplacement créée dans tout l'espace ?

4 Courants volumiques

Comparer l'amplitude crête à crête des courants de conduction et de déplacement à 50Hz et à 1Mhz dans les divers matériaux suivants :

a. cuivre $\gamma = 5{,}9\ 10^7$S/m et $\varepsilon_r \simeq 1$,

b. eau de mer $\gamma = 4{,}3$S/m et $\varepsilon_r \simeq 81$,

c. silicium $\gamma = 4\ 10^{-4}$S/m et $\varepsilon_r \simeq 11{,}7$, et

d. verre $\gamma = 2\ 10^{-7}$S/m et $\varepsilon_r \simeq 5{,}6$.

TD8 - Onde électromagnétique

1 Longueur d'onde électromagnétique

Donner la fréquence et la longueur d'onde dans le vide des onde électromagnétiques suivantes :

a. une onde dans un circuit électrique à la fréquence secteur,

b. une onde radio pour la fréquence de RADIO GALÈRE 88.4 FM.

c. une microonde émise par un téléphone portable,

d. le faisceau d'un pointeur laser.

2 Fonction d'onde

Une onde électromagnétique est caractérisée par le champ électrique

$$\vec{\mathrm{E}}(M,t) = E_0 \cos(7{,}85 \cdot 10^6\ x + 1{,}36 \cdot 10^6\ y - 4{,}71 \cdot 10^{15}\ t)\vec{e}_z$$

a. Identifier la pulsation de cette onde. En déduire la fréquence, la période et la longueur d'onde dans le vide.

b. Déduire des composantes cartésiennes k_x et k_y du vecteur d'onde $\vec{\mathrm{k}}$ l'angle que fait la direction de propagation avec l'axe (Ox).

c. Déterminer ensuite le nombre d'onde et la longueur d'onde dans le milieu, et en tirer la célérité, l'indice optique, la constante diélectrique et la permittivité.

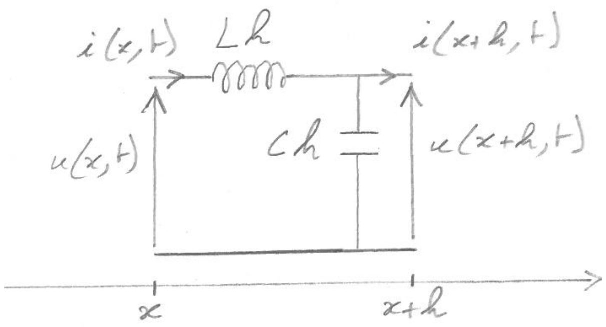
d. Identifier la polarisation de l'onde. Donner finalement l'équation du plan de polarisation.

3 Longueur d'onde acoustique

Calculer la longueur d'onde d'une onde sonore de fréquence $f = 440$ Hz (la) dans les milieux suivants : l'air ($v = 343$ m/s), l'eau ($v = 1480$ m/s), le verre ($v = 5300$ m/s), le sable ($v = 100$ m/s).

4 Ligne de transmission

On considère un câble coaxial dont le tronçon compris entre les abscisses x et $x + h$ est représenté par le circuit LC suivant



d'inductance Lh et de capacité Ch. Les tension et intensité sont $u(x,t)$ et $i(x,t)$ en entrée du cricuit et $u(x + h,t)$ et $i(x + h,t)$

a. Utiliser la loi des mailles pour donner l'expression de

$$\frac{u(x+h,t) - u(x,t)}{h}$$

en fonction de L et en prendre la limite lorsque h tend vers 0.

b. Utiliser la loi des nœuds pour donner l'expression de

$$\frac{i(x+h,t) - i(x,t)}{h}$$

en fonction de C et en prendre la limite lorsque h tend vers 0.

c. En déduire l'équation d'onde vérifiée par la tension u et et celle de l'intensité i.

d. On considère un condensateur cylindrique infini dont le conducteur intérieur est de rayon a, le conducteur extérieur de rayon intérieur b et l'isolant de constante diélectrique ε_r. Montrer à l'aide du théorème de Gauss que la capacité d'une longueur h de conducteur vaut Ch, avec

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln(b/a)}$$

la capacité linéique, en F/m.

e. Les deux conducteurs sont traversés par des courants d'égales intensités et de sens opposés. Calculer à l'aide du thérèome d'Ampère le champ magnétique créé par ces courants entre les deux conducteurs, puis le flux de ce champ à travers un plan contenant l'axe des conducteurs et de longueur h. Montrer que l'inductance d'une longueur h du cable coaxial ainsi formé vaut Lh, avec

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

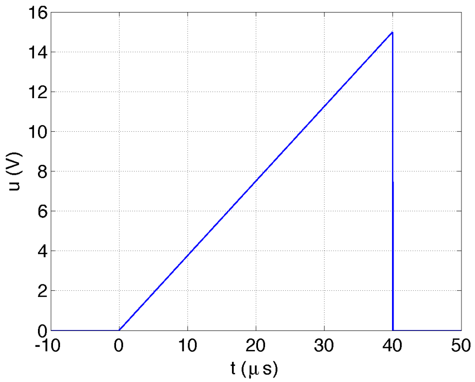
l'inductance linéique de la ligne, en H/m.

f. Quelle est la vitesse de l'onde dans la ligne de transmission ? Le polyéthylène couramment employé comme isolant dans les cables coaxiaux affiche une constante diélectrique de $\varepsilon_r = 2{,}3$.

g. Conclure sur la nature de l'onde.

5 Ligne électrique

Un signal électrique se propage sans déformation sur une ligne de transmission. La tension $u(S,t)$ en un point S de la ligne présente la forme suivante :



et la tension $u(M,t)$ atteint la valeur 7,5 V au point M plus loin sur la ligne, à une distance de 15 km de S, à la date $t_1 = 70\,\mu$s.

a. Calculer la valeur de la célérité de l'onde.

b. À quelle date le signal atteint-il le point M ? Quand ce point retrouve-t-il une tension nulle ?

c. Quelle est la position du front d'onde à la date t_1 ?

d. Quelle est la position sur la ligne la tension est-elle maximum à la date t_1 ?

e. Représenter la tension sur la ligne à la date t_1.

6 Dispersion

La variation de l'indice de réfraction d'un milieu transparent dans la lumière visible suit la loi de Cauchy : $n(\lambda_0) = A + B/\lambda_0^2$.

a. Sachant que $B > 0$, quel rayon d'une lumière blanche est le plus dévié par un prisme, le rouge ou le bleu ?

b. Calculer le pouvoir dispersif $\frac{dn}{d\lambda_0}(\lambda_0)$. Quelle est son unité ?

c. Pour un certain verre, on donne $A = 1{,}5943$ et $B = 9{,}311 \cdot 10^{-3}\ \mu\text{m}^2$. Calculer le pouvoir dispersif de ce verre à la longueur d'onde centrale du jaune $\lambda_0 = 0{,}58\ \mu$m.

7 Loi de Lambert

a. On considère un champ électrique complexe de fonction d'onde

$$\vec{\mathrm{E}} = E_0 e^{\frac{2i\pi}{\lambda_0}(nx-ct)}\vec{e}_y$$

Donner dans un milieu absorbant d'indice complexe $n = n' + in''$ la forme de l'intensité de l'onde $I(x) = |\vec{\mathrm{E}}|$.

b. Montrer que cette intensité vérifie l'équation différentielle

$$\frac{dI}{I} = -\alpha dx$$

et relier le coefficient d'absorption α à l'indice d'extinction n''.

c. Un verre d'épaisseur $e = 25$ mm absorbe à 620 nm (longueur d'onde dans le vide), 3/1000 de la puissance du faisceau qui le traverse. Calculer le coefficient d'absorption α et l'indice d'extinction n'' de ce verre.

d. Sachant que l'intensité à 12 mètres de profondeur est le dixième de l'intensité près de la surface de l'eau, calculer le coefficient d'absorption α et l'indice d'extinction n'' de l'eau à 500 nm.