

Les vecteurs sont notés en **gras** et les autres grandeurs en *italique*. Le candidat veillera à écrire lisiblement, soigner la rédaction de sa copie, faire des schémas clairs, préciser les unités des grandeurs et indiquer les vecteurs par une flèche surmontant leur symbole. On utilisera pour valeur numérique de la perméabilité magnétique du vide  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m.

## 1 Charge traversant un potentiel

Deux charges positives  $q$  identiques sont fixées sur l'axe  $y$  en  $y = a$  et  $y = -a$ .

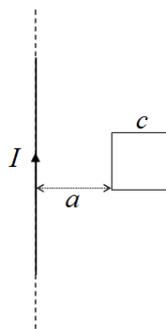
1. Calculer le potentiel créé par ces deux charges en un point quelconque sur l'axe  $x$ .
2. Quelle est la direction du champ électrique créé par ces deux charges en un point quelconque sur l'axe  $x$  ?
3. Une charge positive  $q'$  de masse  $m$  est placée sur l'origine du repère. Quelle est son énergie potentielle ?
4. La charge est légèrement décalée vers les  $x$  positifs, ce qui l'entraîne dans un mouvement de translation sur l'axe  $x$ . Quelle sera sa vitesse à l'infini ?
5. Si la même charge est projetée selon l'axe  $x$  de l'infini vers l'origine avec une vitesse 2 fois plus petite que celle trouvée dans la question précédente, à quelle distance de l'origine va-t-elle rebrousser chemin ?

## 2 Fils infinis

On rappelle qu'un fil infini parcouru par un courant  $I$  crée dans l'espace un champ magnétique orthoradial donné en coordonnées cylindriques par :

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{u}_\theta$$

1. Soit un fil infini vertical parcouru par un courant  $I$  allant vers le haut. Indiquez sur votre feuille la direction du champ magnétique à gauche et à droite du fil. Quelle loi vous permet de déterminer cette direction ?
2. Une spire carrée de côté  $c$  est placée à côté du fil infini à une distance  $a$ , comme indiquée sur la figure ci-dessous.

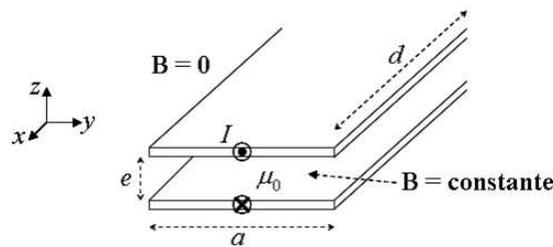


- (a) Le champ magnétique créé par le fil infini est-il uniforme sur la surface de la spire ? Calculer le flux de ce champ au travers de la surface de la spire.
- (b) La spire carrée est parcourue par un courant  $I'$ , quel est le coefficient d'inductance mutuelle  $M$  entre le fil infini et la spire ?

- On considère cette fois deux fils verticaux espacés d'une distance  $a$ . Le fil de gauche est parcouru par un courant  $I$  et celui de droite par un courant  $2I$ . **Pour toutes les questions suivantes, on traitera les deux cas où les courants dans les fils circulent dans le même sens ou en sens opposé.**
  - Calculer le champ magnétique total créé en tout point du plan contenant les deux fils : à gauche des fils, entre les fils et à droite des fils.
  - Existe-t-il une position où le champ magnétique total s'annule, et si oui laquelle?
  - Calculer la force de Laplace exercée par un fil sur l'autre sur une longueur  $l$  de fil. Dans quel cas les fils s'attirent-ils et se repoussent-ils?
- Question de cours* : Soit un petit élément de longueur  $d\mathbf{l}$  d'un circuit électrique parcouru par un courant  $I$ . Comment s'exprime d'après la loi de Biot et Savart le champ magnétique élémentaire  $d\mathbf{B}$  créé en un point  $M$  de l'espace? Indiquez la signification de toutes les grandeurs introduites dans votre expression.

### 3 Ligne de transmission à conducteurs plats

Sur un circuit imprimé, une ligne de transmission est formée de deux conducteurs plats parallèles de largeur  $a = 4$  mm déposés de chaque côté d'une plaque isolante d'épaisseur  $e = 1$  mm et de perméabilité  $\mu_0$  (cf figure ci-dessous). Les deux conducteurs transportent un courant  $I$  dans des directions opposées selon l'axe  $x$ .



- On considère que le champ magnétique créé entre les deux conducteurs est uniforme et parallèle à l'axe  $y$ . Dès que l'on sort de la zone entre ces deux conducteurs, on considère le champ magnétique nul.
  - Appliquer le théorème d'Ampère sur un contour rectangulaire entourant un des conducteurs pour calculer le champ magnétique  $\mathbf{B}$  entre les conducteurs.
  - Donner l'expression de ce champ en fonction de  $I$  et de  $a$ , sans oublier d'indiquer s'il est orienté selon  $\mathbf{u}_y$  ou  $-\mathbf{u}_y$ . Faire ensuite l'application numérique.
- Calculer l'inductance propre  $L$  de cette ligne de transmission sur une longueur  $d = 10$  cm selon  $x$ . On considèrera pour cela que le circuit électrique est équivalent à une spire rectangulaire de longueur  $d$  selon  $x$  et de hauteur  $e$  selon  $z$ . Faire l'application numérique.

### 4 Exercice supplémentaire (bonus)

On considère dans un repère  $Oxyz$  un cube de sommets  $(0,0,0)$ ,  $(a,0,0)$ ,  $(0,a,0)$ ,  $(0,0,a)$ ,  $(0,a,a)$ ,  $(a,0,a)$ ,  $(a,a,0)$  et  $(a,a,a)$ . Il règne dans l'espace un champ électrique  $\mathbf{E} = cy \mathbf{u}_y$ , où  $c$  est une constante.

- Enoncer le théorème de Gauss en définissant toutes les grandeurs introduites.
- Calculer le flux du champ électrique au travers de la surface du cube.
- Quelle est la charge totale contenue dans le volume du cube?
- Quelle est la relation générale entre une variation élémentaire de potentiel  $dV$  entre deux points séparés par un vecteur élémentaire  $d\mathbf{l}$  et le champ électrique?
- La face du cube en  $y = 0$  et au potentiel nul, et la face en  $y = a$  possède un potentiel noté  $V_a$ . Calculer  $V_a$  en fonction de  $c$  et  $a$  uniquement.