

# Électromagnétisme – contrôle continu 3

Mercredi 12 décembre 2012

Pas de documents - calculatrices *collège* autorisées - durée 1h30

Dans l'énoncé, les vecteurs sont notés en **gras** et les autres grandeurs en *italique*. Sur les copies, les vecteurs sont marqués d'une flèche. L'unité physique devra être indiquée pour toute application numérique.

## A - Auto-induction

On considère une bobine longue de rayon  $a = 2,5 \text{ cm}$  et de longueur  $\ell = 40 \text{ cm}$  comportant  $N = 700$  spires.

1. Quelle est la densité de spires  $n$  de la bobine ?
2. La bobine est alimentée par un courant continu d'intensité  $I_0 = 460 \text{ mA}$ . Calculer l'amplitude  $B_0 = \mu_0 n I_0$  du champ magnétique dans la bobine ; on donne la perméabilité du vide  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ .
3. Quelle est l'unité du champ magnétique ? L'exprimer en fonction des unités fondamentales kg, m, s et A.
4. Donner l'expression de l'inductance  $L$  de la bobine dans l'approximation du solénoïde infini. Calculer la valeur de  $L$ .
5. La bobine est alimentée par un courant alternatif sinusoïdal  $i_1(t)$  d'amplitude  $I_0$  et de fréquence  $f = 2,3 \text{ kHz}$ . Calculer la valeur maximum  $E_1$  de la force électromotrice (fem)  $e_1(t)$  induite dans la bobine.
6. La bobine est alimentée par un courant alternatif triangulaire  $i_2(t)$  d'amplitude maximale  $I_0$  et de fréquence  $f$ . On note  $E_2$  la valeur maximale de la fem  $e_2(t)$  induite dans la bobine. Représenter le courant triangulaire  $i_2(t)$  et la fem induite  $e_2(t)$  en fonction du temps sur une période  $T = 1/f$ .
7. Calculer  $E_2$ .

## B - Générateur électrique

Une bobine plate constituée de  $N$  spires d'aire  $S$  reliée à un résistor de résistance  $R$  est en rotation à la pulsation  $\omega = 2\pi/T$  dans un champ magnétostatique d'amplitude  $B$  et de direction perpendiculaire à l'axe de rotation. On note  $u(t) = U \sin \theta(t)$  la tension aux bornes du résistor, avec  $\theta = \omega t$ , et  $i(t)$  l'intensité qui le traverse.

1. Donner en fonction de  $N$ ,  $S$ ,  $\omega$ ,  $B$  et  $R$  l'expression de l'amplitude  $U$  de la tension  $u(t)$  puis de la puissance Joule moyenne

$$P_J = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt$$

dissipée par le résistor. On rappelle

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

2. Avec le moment dipolaire magnétique de la bobine  $\mathbf{m} = NiS\mathbf{u}_n$ , le couple exercé par le champ magnétique  $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{m} \wedge \mathbf{B}$  et le travail  $dW = \mathbf{\Gamma}d\theta$  associé à une rotation élémentaire  $d\theta = \omega dt$ , calculer la puissance mécanique moyenne  $P_m$  requise pour faire tourner la bobine

## C - Effet Kelvin

On donne l'expression suivante pour l'épaisseur de peau :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\gamma}}$$

1. On utilise une plaque métallique de conductivité  $\gamma = 5.10^7$  S/m, de perméabilité  $\mu = 200\mu_0$  et d'épaisseur  $d = 2$  mm pour isoler un équipement des ondes électromagnétiques extérieures. A partir de quelle fréquence les ondes sont-elles atténuées en amplitude d'un facteur  $e^{d/\delta} = 1000$  ?
2. La résistance

$$R(\omega) = \frac{\ell}{\gamma S}$$

fait intervenir à haute-fréquence la surface effective  $S = 2\pi a\delta$  où  $a$  est le rayon du câble et  $\delta$  son épaisseur de peau. Comment évolue alors la résistance quand la fréquence est quadruplée ?

## D - Onde électromagnétique

On considère deux fonctions d'onde monodimensionnelles  $F_1(x,t) = f(x + ut)$  et  $F_2(x,t) = f(x - ut)$ .

1. Indiquer le sens de propagation de chacune des deux ondes.
2. Quelle est l'unité de  $u$  et préciser sa nature.
3. Quelle équation d'onde est vérifiée par ces deux fonctions d'onde ?
4. On considère maintenant une onde plane électromagnétique harmonique de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ , de champ électrique  $\mathbf{E}$  et de champ magnétique  $\mathbf{B}$  au point  $M$  et à l'instant  $t$ . Indiquer les orientations relatives de ces trois vecteurs.