

INSTITUT FRESNEL



UNIVERSITÉ  
D'AIX-MARSEILLE III



ÉCOLE GÉNÉRALISTE  
D'INGÉNIEURS DE  
MARSEILLE

# Rapport de DEA

présenté par

**Julien MAROT**

---

## DEA Optique Image et Signal Option traitement d'images Caractérisation d'objets dans les images par des méthodes haute résolution.

---

soutenu le 2 juillet 2004

DEA Optique, Image et Signal  
*Option Traitement d'Images*

*Sous la direction de :* M. Stéphane Derrode , M. Salah Bourennane

---

Année 2003/2004  
Groupe Signaux Multidimensionnels

---

# Résumé

Ce stage de DEA mené au sein de l'équipe "Groupe Signaux Multidimensionnels" de l'institut Fresnel m'a permis d'utiliser des techniques de traitement du signal appliquées au traitement d'images. L'objectif du stage était de montrer qu'il est possible de transposer un problème de traitement d'images à un problème de traitement d'antenne, et de mettre en valeur les apports des méthodes issues de ce domaine du traitement du signal.

La mise en oeuvre de méthodes dites "Haute Résolution" appliquées à des modèles de signaux issus du traitement d'antenne a débouché sur la création d'un outil appelé "Haute Résolution et Schéma de Propagation" (HRSP). Mon but était de montrer qu'un ensemble cohérent de méthodes fondées sur des techniques de traitement d'antenne permet de détecter et caractériser des droites dans une image. Les procédures qui constituent cet outil ont été étudiées d'un point de vue théorique et par l'expérience. HRSP a été appliqué à des images en niveaux de gris, à la détection d'objets isolés dans des images, et à des images couleur.

**Mots clés :** Traitement du signal, traitement d'images, schéma de propagation, traitement d'antenne, méthode Haute Résolution, analyse spectrale paramétrique.

---

# Abstract

This project lead within the team "Multidimensionnal Signals Group" of the Fresnel institute allowed me to create signal processing techniques applied to image processing. The purpose of the project was to show that it is possible to transpose an image processing problem to an array processing problem, and to emphasize on the contributions of the methods coming from this field of signal processing.

The application of "Super Resolution" methods applied to signal models coming from array processing resulted on a coherent set of procedures. My goal with this set of methods called "Super Resolution by Propagation Scheme" was to show that a coherent group of methods based on array processing techniques is able to detect and characterize straight lines in an image. The procedures that form this tool were studied from a theoretical and experimental point of view. This set of methods was applied to grey level images, to the detection of isolated objects, and to color images.

**Key words :** Signal processing, image processing, propagation scheme, array processing, Super Resolution method, parametric spectral analysis.

---

# Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué à la réussite de ce stage. Tout d'abord les membres de l'équipe Groupe Signaux Multidimensionnels, pour leur aide au quotidien tant au niveau théorique que pour résoudre des soucis pratiques. Dans l'équipe GSM travaillent notamment M. Jean-Michel Gaucel, dont le travail de thèse consiste en la caractérisation de signaux par des méthodes algébriques multilinéaires, M. Cyril Carincotte, qui réalise une thèse portant sur les méthodes de traitement d'images par des modèles de Markov, M. Damien Muti, dont le sujet de thèse porte sur l'estimation multidimensionnelle basée sur la décomposition tensorielle.

J'exprime avec insistance ma gratitude à mes responsables de stage M. Salah Bourenane et M. Stéphane Derrode, ainsi qu'à M. Thierry Gaidon pour leur disponibilité. Leur investissement personnel et leur intérêt pour le sujet de mon stage m'a permis de choisir judicieusement mes voies de recherche.

*Je dédie ce rapport  
à toute ma famille.*

---

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>ii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Les méthodes haute résolution du traitement d'antenne, application au traitement d'images</b>	<b>3</b>
1.1 Le Traitement d'antenne . . . . .	4
1.1.1 Définitions . . . . .	4
1.1.2 Le modèle de signal . . . . .	5
1.2 Application au traitement d'images, obtention des signaux . . . . .	5
1.2.1 Analogies entre le modèle classique employé en traitement d'antenne et celui employé dans le cadre du traitement d'images . . . . .	5
1.2.2 Les signaux reçus . . . . .	7
1.3 Les méthodes haute résolution du traitement d'antenne . . . . .	8
1.3.1 Définition générale . . . . .	8
1.3.2 La méthode MUSIC . . . . .	9
1.4 La méthode "Haute Résolution par Schéma de Propagation" (HRSP) . . . . .	10
1.4.1 Estimation des orientations : schéma de propagation à vitesse constante	11
1.4.2 Estimation du décalage des lignes (offsets $x_0$ ) . . . . .	14
1.4.3 Conclusion . . . . .	18
1.5 Choix des paramètres, premières expériences . . . . .	18
1.5.1 Choix des paramètres . . . . .	18
1.5.2 Première mise en oeuvre des méthodes . . . . .	20
1.6 Conclusion . . . . .	21

<b>2</b>	<b>Application de "Haute Résolution et Schéma de Propagation" à divers cas pratiques</b>	<b>23</b>
2.1	Les aptitudes de la méthode HRSP face à des cas difficiles . . . . .	23
2.1.1	Le cas des droites parallèles . . . . .	24
2.1.2	Une image bruitée . . . . .	24
2.1.3	Cas des droites ne traversant qu'une partie de l'image . . . . .	26
2.1.4	Conclusion . . . . .	31
2.2	Etude quantitative des performances de l'algorithme HRSP . . . . .	31
2.2.1	Introduction . . . . .	31
2.2.2	Cas particuliers et temps de calcul des algorithmes . . . . .	31
2.2.3	Série de tests . . . . .	34
2.2.4	Etude quantitative : bilan . . . . .	36
2.3	Mise en oeuvre de l'algorithme : application aux images en niveaux de gris . . . . .	36
2.3.1	Le modèle utilisé . . . . .	36
2.3.2	Simulations . . . . .	38
2.3.3	Images réelles . . . . .	40
2.3.4	Les images en niveaux de gris : un bilan . . . . .	41
2.4	Détection de contours d'objets . . . . .	41
2.4.1	Introduction . . . . .	41
2.4.2	Détection de segments de droites dans des images . . . . .	41
2.4.3	Détection de contours d'objets . . . . .	42
2.4.4	Conclusion . . . . .	44
2.5	Adaptation de l'algorithme HRSP à des images couleur . . . . .	44
2.5.1	Quelques précisions théoriques . . . . .	44
2.5.2	Résultats expérimentaux . . . . .	44
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>48</b>
<b>A</b>	<b>Titre de l'annexe 1</b>	<b>49</b>
A.1	Organigramme . . . . .	49
A.2	Glossaire . . . . .	49
<b>B</b>	<b>Méthodes ESPRIT, extension de la transformée de Hough et Modified Backward Forward Linear Prediction</b>	<b>51</b>
B.1	La méthode ESPRIT . . . . .	51
B.2	Les méthodes relatives à la détermination des offsets . . . . .	52
B.2.1	Extension de la transformée de Hough . . . . .	52

---

B.2.2 La méthode MFBLP . . . . .	53
<b>Liste des figures</b>	<b>57</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>59</b>



---

# Introduction

## Contexte scientifique et cadre théorique

Le sujet qui m'a été confié s'inscrit dans un vaste cadre : le traitement des signaux multidimensionnels. Ce stage est mené au sein de l'équipe "Groupe signaux multidimensionnels" dont le thème de recherche général est le traitement de signal multidimensionnel par des méthodes de traitement du signal. Les sujets traités par cette équipe sont notamment la caractérisation de signaux par des méthodes algébriques multilinéaires, les méthodes de traitement d'image par des modèles de Markov, l'estimation multidimensionnelle basée sur la décomposition tensorielle.

Ce thème qui concerne les méthodes de traitement du signal est en accord avec l'orientation professionnelle que j'ai choisie lors de ma troisième année de formation d'ingénieur ; mon projet de fin d'études notamment consistait à traiter des signaux d'électrocardiogramme en développant un algorithme de type "ForWard", combinaison d'un traitement par filtrage de Wiener après transformée de Fourier et après transformée en ondelettes.

L'un des grands domaines du traitement du signal est le traitement d'antenne. Les méthodes de traitement d'antenne ont pour but de déterminer les valeurs de paramètres associés à des sources d'émission. C'est par le traitement du signal reçu par une antenne constituée de plusieurs capteurs que l'on estime le nombre de sources qui émettent, leurs coordonnées dans l'espace, leurs fréquences d'émission. Historiquement ces méthodes avaient une résolution spatiale limitée par les composants physiques. Des méthodes, dites "Haute Résolution" ont permis d'améliorer la résolution spatiale en localisation [6, 8].

## Démarche adoptée et organisation du rapport

L'objectif de ce stage est de développer et d'adapter des méthodes haute résolution en traitement d'antenne dans le cadre de la détection de points quasiment alignés dans une image. Il est possible d'appliquer des méthodes de traitement du signal au traitement d'images : la transposition d'un domaine à l'autre peut être assimilée à un problème de traitement d'antenne lorsque l'on applique un formalisme particulier à la représentation d'une image. Le formalisme suivant est retenu : on associe à chacune des lignes d'une image un capteur, l'ensemble des capteurs formant une antenne. Le contenu de chacune des lignes est transcrit en un signal au niveau du capteur correspondant par ce que l'on nomme un "schéma de propagation". Une fois cette transcription réalisée on applique des méthodes d'analyse spectrale paramétrique, c'est-à-dire des méthodes aboutissant à la détermination d'un nombre connu de fréquences

présentes dans un signal, afin de retrouver les caractéristiques des objets présents dans l'image. L'objectif que l'on s'est fixé est donc de développer la méthode " Haute Résolution et Schéma de Propagation" (HRSP), de valider la méthode imaginée en comparant ses performances à celles d'une méthode déjà existante, d'adapter la méthode à des conditions expérimentales diverses.

Ce rapport est agencé en deux chapitres. Le premier est axé sur la théorie mais contient quelques résultats expérimentaux ; le second concerne la mise en oeuvre de la méthode HRSP tout en laissant la place aux commentaires qui donnent le principe des traitements appliqués et permettent de comprendre les résultats obtenus.

---

# Les méthodes haute résolution du traitement d'antenne, application au traitement d'images

## Introduction

Le traitement d'antenne est employé dans divers domaines tels que l'acoustique, la sismique, pour caractériser des sources d'émission d'ondes. Il a donné lieu à des méthodes qui ont connu des améliorations constantes, et qui donnent de bons résultats. Parmi ces méthodes, celles dites "à haute résolution" fournissent de très bons résultats, même dans des cas difficiles tels que celui des sources corrélées -reliées par un décalage temporel par exemple-. Elles sont apparues pour remplacer des méthodes classiques qui sont limitées par les caractéristiques non idéales du diagramme en puissance d'une antenne. La méthode dénommée MUSIC (MUltiple SInal Characterization) [8] est la première d'entre elles.

L'objectif de ce chapitre est de transposer le problème de la caractérisation de droites dans une image au problème du traitement d'antenne, et de proposer une procédure qui emploie des méthodes Haute Résolution qui sont d'usage en traitement d'antenne.

On décrira un modèle de problème de traitement d'antenne, on transposera ce modèle au traitement d'images. On montrera comment une droite dans une image peut être assimilée à un front d'onde figé, dont on peut simuler le déplacement à une vitesse qui peut être constante ou variable. Des signaux sont donc obtenus au niveau des capteurs de l'antenne par ce que l'on appelle un "schéma de propagation".

Une fois cette transposition réalisée, on s'intéressera aux méthodes qui permettent d'extraire des signaux reçus les valeurs des paramètres que l'on désire estimer. Les méthodes Haute Résolution seront définies et introduites au travers de la méthode MUSIC. Cette méthode a inspiré plusieurs autres procédés fondés sur la séparation dans le signal reçu par l'antenne d'un "sous-espace signal" et d'un "sous-espace bruit". On emploiera ce type de méthodes pour créer l'ensemble "Haute Résolution et Schéma de Propagation" (HRSP).

L'objectif est de rechercher et caractériser les droites présentes dans l'image. Une droite dans une image peut être caractérisée par deux paramètres : sa "pente" (nommée aussi angle ou orientation) et son "offset". Deux étapes composent donc HRSP : la détermination des pentes des droites par schéma de propagation à vitesse constante et l'estimation des offsets

des droites par schéma de propagation à vitesse variable. En présentant HRSP on montrera qu'un ensemble cohérent de méthodes liées au traitement d'antenne permet de caractériser entièrement des droites dans une image. On présentera aussi la méthode dite de "l'extension de la transformée de Hough" qui permet également d'estimer les offsets des droites, une fois leur orientation connue. Celle-ci constitue en effet une référence à laquelle le schéma de propagation à vitesse variable peut être comparé.

Une première série d'expériences permettra de fixer les principaux paramètres intervenant dans les algorithmes et de donner quelques pistes à l'extension de la méthode HRSP.

## 1.1 Le Traitement d'antenne

Dans cette section on rappelle les éléments qui constituent un problème de traitement d'antenne et on présente le modèle de signal adopté.

### 1.1.1 Définitions

L'objectif du traitement d'antenne est de déterminer les caractéristiques (orientation, puissance) de sources d'émission. Le signal dont on fait l'acquisition dépend de l'antenne, du milieu, et des sources :

- L'antenne de réception est constituée de  $N$  capteurs identiques alignés qui servent à la réception de signaux émis par des émetteurs indépendants.
- Le milieu contient des sources d'onde, situées assez loin de l'antenne pour que les ondes reçues soient planes. Il est supposé linéaire, homogène et isotrope.
- Le nombre de sources est inférieur au nombre de capteurs.

Ces éléments sont schématisés sur la figure 1.1.

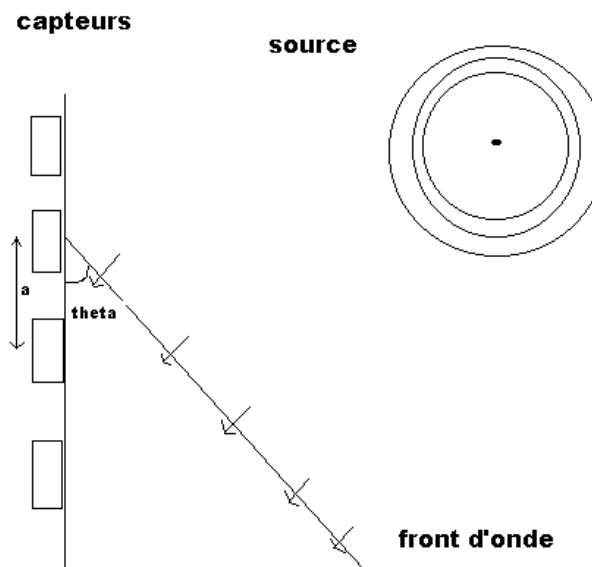


Figure 1.1 — Modèle du dispositif en traitement d'antenne

### 1.1.2 Le modèle de signal

L'antenne est constituée de  $N$  capteurs indicés par  $l = 0 \dots N - 1$ . En fixant à zéro la phase du signal reçu par le premier capteur (d'indice zéro) et en notant  $s$  l'amplitude du signal émis par la source, le signal reçu par le premier capteur est  $z_0 = s$ .

Pour une source placée en un azimut  $\theta$  donné le délai de réception  $td$  de l'onde plane correspondante entre deux capteurs est :  $td = a * \sin(\theta)/c$  où  $a$  est la distance intercapteur,  $c$  la célérité des ondes. Cette durée correspond à un déphasage de  $\varphi = 2 * \pi * f * td$  où  $f$  est la fréquence de rayonnement de la source.

Un capteur d'indice  $l$  reçoit le signal :

$$z_l = s.exp(jl\varphi) \text{ pour } l = 0 \dots N - 1. \quad (1.1)$$

Lorsque  $d$  sources sont présentes et que l'on prend en compte un bruit additif le signal reçu prend la forme vectorielle suivante :

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ exp(j\varphi_1) & exp(j\varphi_2) & \dots & exp(j\varphi_d) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ exp(j(N-1)\varphi_1) & exp(j(N-1)\varphi_2) & \dots & exp(j(N-1)\varphi_d) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \dots \\ s_d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_{N-1} \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

En définissant  $a_l(\varphi_k) = exp(jl * \varphi_k)$ , on a alors, sous une forme plus synthétique :

$$z_l = \sum_{k=1}^d a_l(\varphi_k).s_k + n_l \text{ pour } l = 0 \dots N - 1. \quad (1.3)$$

Cela constitue un modèle du signal reçu par une antenne de  $N$  capteurs pour  $d$  sources. On peut représenter les signaux reçus par l'ensemble des capteurs sous forme vectorielle :

$$\mathbf{z} = \mathbf{A}(\Phi).\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1.4)$$

## 1.2 Application au traitement d'images, obtention des signaux

### 1.2.1 Analogies entre le modèle classique employé en traitement d'antenne et celui employé dans le cadre du traitement d'images

Dans le cadre du traitement d'images la figure 1.1 évoque une image contenant une droite, et dont l'un des côtés est constituée par l'antenne. Cette droite peut être vue comme un front d'onde figé. Le problème de caractérisation de cette droite dans une image peut donc être résolu par une méthode de traitement d'antenne, il suffit de simuler le mode de propagation du front d'onde correspondant à cette droite [1, 5, 9]. La figure 1.2 illustre le problème de la détection de droites dans une image et représente les paramètres qui caractérisent une droite.

Ces paramètres sont l'orientation  $\theta$  et l'offset  $x_0$  (abscisse de l'intersection de la droite avec le côté adjacent au premier capteur de l'antenne).

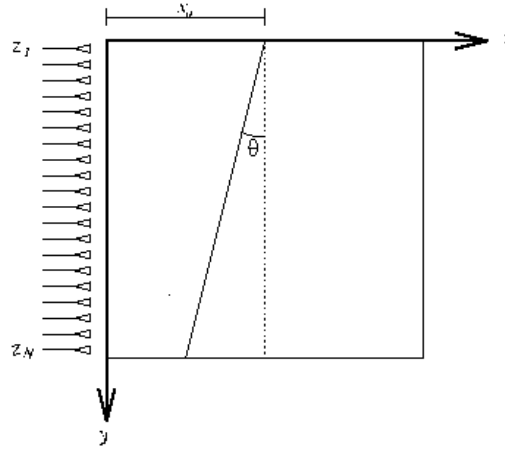


Figure 1.2 — Droite dans une image

### 1.2.1.1 Le formalisme du traitement d'antenne adapté au traitement d'images

Un côté de l'image est assimilé à une rangée de capteurs.

Les  $N$  lignes de l'image peuvent être considérées comme une antenne de  $N$  capteurs ou bien une série d'antennes décalées de  $M$  capteurs, avec  $M$  inférieur à  $N$ . Dans ce cas cela permet d'obtenir plusieurs réalisations d'un signal : une réalisation donnée correspond à une position de sous-antenne.

Une méthode proposée dans [9] consiste à utiliser successivement plusieurs positions d'antenne (comme le montre la figure 1.3) et à combiner les résultats obtenus. Cela permet de traiter des cas difficiles tels que celui d'une droite horizontale.

### 1.2.1.2 Propagation selon les lignes de l'image

En traitement d'antenne classique le milieu est isotrope, la direction de propagation des ondes peut être quelconque.

Dans le cas des images binaires un formalisme légèrement modifié permet d'associer à chacun des capteurs une ligne donnée dans l'image.

Les signaux ont une amplitude égale à 1. Les ondes émises par les pixels à 1 ne peuvent se propager que sur la ligne où se trouve le pixel et dans le sens des  $x \leq 0$ , comme le montre la figure 1.4.

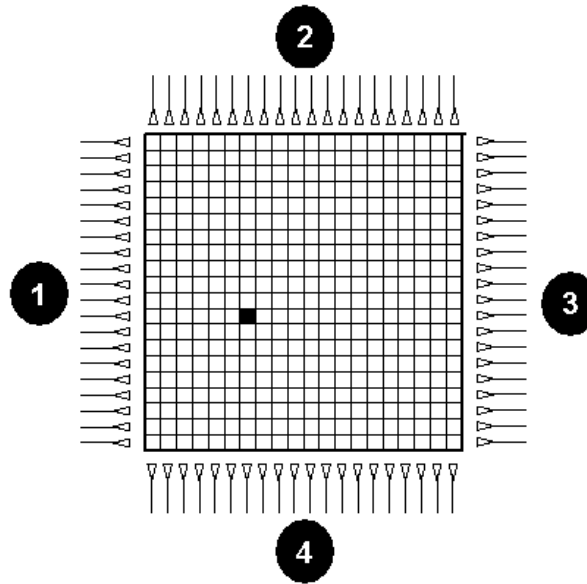


Figure 1.3 — Choix de la position d'antenne

Remarque : Cette convention exige pour les images binaires de droites noires sur fond blanc une inversion des valeurs de pixel : Un logiciel de traitement classique donne à de telles images la valeur 1 pour les pixels de fond et 0 pour les pixels des droites. Le prétraitement nécessaire consiste à fixer à 1 les valeurs des pixels qui sont nulles et à 0 toutes les autres. Les pixels de valeur 1 sont appelés pixels "utiles" de l'image (constituant les droites et éventuellement des pixels supplémentaires correspondant à du "bruit").

De plus, la vitesse de propagation peut être considérée comme constante ( $\mu$  constante) ou variable ( $\tau$  variable) selon les lignes (schémas de propagation à vitesse constante ou variable respectivement). Ces deux possibilités seront utilisées par la suite, pour la recherche des angles, puis des offsets.

### 1.2.2 Les signaux reçus

Le côté de l'image est assimilé à une antenne de réception. A une ligne correspond un capteur de l'antenne. Dans un schéma de propagation à  $\mu$  constant chaque pixel de l'image dans une ligne contribue à un signal reçu au niveau d'un récepteur situé en face de cette ligne. Les ondes issues des pixels d'une ligne ne se propagent que sur cette ligne. Si la ligne  $l$  contient  $p$  pixels qui ne sont pas à 0 le récepteur correspondant à la ligne  $l$  recevra le signal :  $z_l = \sum_{i=1}^p \exp(-j\mu q_i)$ . On a noté  $q$  la distance de propagation entre un pixel situé sur la ligne  $l$  et le capteur correspondant. Si ce pixel est situé sur une droite de paramètres  $\theta$  et  $x_0$  donnés sur la figure 1.2 cette distance de propagation vaut :

$$q_l = x_0 - l \tan(\theta), \quad l = 0 \dots N - 1.$$

S'il existe une seule droite dans l'image chaque récepteur de l'antenne virtuelle reçoit :

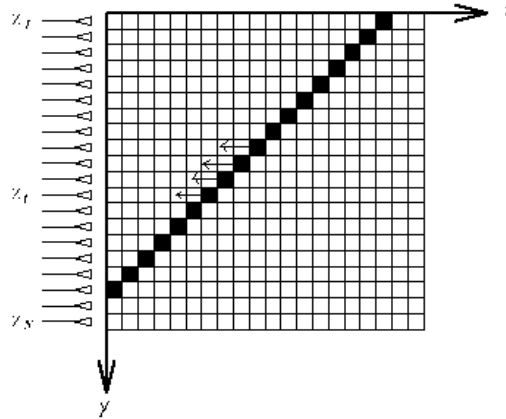


Figure 1.4 — Modèle de propagation

$$z_l = \exp(-j\mu x_0) \cdot \exp(j\mu l \tan(\theta)) \text{ pour } l = 0 \dots N - 1. \quad (1.5)$$

Dans un cas plus général s'il existe d lignes droites et des pixels de bruit le signal reçu devient [2, 5] :

$$z_l = \sum_{k=1}^d \exp(-j\mu x_{0_k}) \cdot \exp(j\mu l \tan(\theta_k)) + n_l \text{ pour } l = 0 \dots N - 1. \quad (1.6)$$

Définissons  $a_l(\theta_k) = \exp(j\mu l \tan(\theta_k))$ ,  $s_k = \exp(-j\mu x_{0_k})$ . On a alors :

$$z_l = \sum_{k=1}^d a_l(\theta_k) \cdot s_k + n_l. \quad (1.7)$$

Sous forme vectorielle :

$$\mathbf{z} = \mathbf{A}(\Theta) \cdot \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1.8)$$

Cette modélisation nous rapproche de la forme de signal obtenue en 1.1.2. Le modèle de signal à analyser étant posé, on peut alors s'intéresser aux méthodes de traitement qui permettent d'extraire de ces signaux les paramètres caractéristiques des sources, plus précisément ici les angles et les offsets.

## 1.3 Les méthodes haute résolution du traitement d'antenne

### 1.3.1 Définition générale

Les méthodes à haute résolution du traitement d'antenne sont appliquées aux problèmes de localisation de sources émettant de l'énergie dans un milieu de propagation à partir d'observations mesurées sur une antenne. A l'origine le qualificatif "haute résolution" a été donné



aux méthodes de traitement d'antenne qui ont une meilleure résolution que des techniques plus conventionnelles (formation de voies).

### 1.3.2 La méthode MUSIC

#### 1.3.2.1 Principe

Le goniomètre (MUSIC, MUltiple SIgnal Characterization) est le premier traitement HR [6, 8]. Il exploite les signaux reçus par les  $N$  capteurs d'une antenne. Les paramètres intervenant sont les suivants : l'antenne comporte  $N$  capteurs qui reçoivent les signaux émis par  $d$  sources indépendantes et un bruit  $n$ . L'observation est constituée des  $N$  signaux reçus. Ces signaux peuvent s'écrire sous la forme vectorielle :  $\mathbf{x} = \mathbf{A}(\Theta) \cdot \mathbf{s} + \mathbf{n}$

Afin de retrouver les paramètres du problème on utilise la matrice interspectrale des signaux reçus, qui est donnée par le modèle physique suivant :

$$\Gamma = \mathbf{A}(\Theta) \Gamma_s \mathbf{A}^H(\Theta) + \sigma_b^2 \mathbf{I}$$

$\Theta$  désigne l'ensemble des directions d'arrivée, " $H$ " signifie transposé conjugué et  $\mathbf{I}$  est la matrice identité.

$\Gamma_s$  est la matrice interspectrale des signaux émis par les sources,  $\sigma_b^2$  la densité spectrale du bruit seul,  $\sigma_b^2 \mathbf{I}$  la matrice interspectrale du bruit.

En pratique la matrice interspectrale est estimée à partir de la suite de vecteurs indépendants  $\{\mathbf{x}_p\}_{p=1,P}$ , et peut s'exprimer selon le modèle matriciel suivant :

$$\hat{\Gamma} = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \mathbf{x}_p \mathbf{x}_p^H$$

La matrice interspectrale peut se décomposer de la sorte :

$$\hat{\Gamma} = U \Lambda U^H = \begin{pmatrix} U_s & U_b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Lambda_s & 0 \\ 0 & \Lambda_b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_s^H \\ U_b^H \end{pmatrix}$$

Cela permet de décomposer l'ensemble des vecteurs propres de la matrice interspectrale en un sous-espace signal et un sous-espace bruit. Les vecteurs colonne de  $U_s$  recouvrent le même espace que les vecteurs colonne de  $\mathbf{A}(\Theta)$ . On note cette relation :  $span(\mathbf{A}(\Theta)) = span(U_s)$ . Une matrice interspectrale étant hermitienne ses vecteurs sont orthogonaux entre eux. Notamment les vecteurs de l'espace signal sont orthogonaux aux vecteurs de l'espace bruit. On en déduit :  $u_i^H u_j = 0$  et  $a_i(\theta)^H u_j = 0$ , pour tout  $i$  dans  $\{1; d\}$  et tout  $j$  dans  $\{d+1; N\}$ .

La résolution du problème comprend donc deux étapes : la recherche de la dimension  $d$  de l'espace signal (le nombre de sources), puis l'estimation des directions d'arrivée des sources.

Le nombre de sources est estimé par le nombre de valeurs propres dominantes de la matrice interspectrale. Les orientations sont déterminées par la méthode suivante : Lorsque le modèle de propagation est connu on connaît la forme des vecteurs  $a(\theta)$ . Dans le modèle donné en 1.2 ils prennent la forme  $exp(j\theta_k)$  où  $k$  renvoie à la source considérée. Il est possible de tester les valeurs du produit scalaire  $a(\theta)^H u_j$ . En pratique on trace en fonction de toutes les valeurs possibles de  $\theta$  la fonction

$$F(\theta) = \frac{1}{\sum_{n=d+1}^N |a(\theta)^H u_n|^2} \quad (1.9)$$

Les maxima de cette fonction ont pour antécédents les valeurs de  $\theta$  correspondant aux  $d$  sources (figure 1.5).

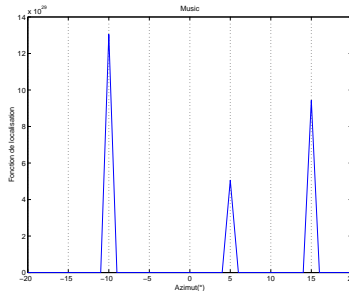


Figure 1.5 — Pseudospectre de Music

### 1.3.2.2 Critique du goniomètre

Dans quelques cas particuliers cette méthode ne peut pas être utilisée. En effet la méthode suppose que les sources n'ont pas la même puissance. Autrement le sous-espace source serait de dimension 1, et le nombre de sources serait alors impossible à déterminer car le rang de la matrice interspectrale des signaux serait égal à un.

La seconde difficulté provient de la connaissance de la *variété d'antenne* : la projection des vecteurs directionnels sur l'espace bruit ne peut être réalisée que si chacune des composantes du vecteur directionnel est connue. On doit donc connaître le délai correspondant à chacun des capteurs. Il existe des méthodes qui sont moins dépendantes de la structure de l'antenne. La méthode ESPRIT est fondée sur une antenne en deux parties identiques translattées -seule la valeur de cette translation doit être connue-.

## 1.4 La méthode "Haute Résolution par Schéma de Propagation" (HRSP)

La procédure HRSP se décompose en deux étapes. On estime dans un premier temps les orientations des droites grâce à un schéma de propagation à vitesse constante [2, 5, 9]. Ces valeurs estimées sont utilisées ensuite pour déterminer la valeur des offsets des droites. C'est un schéma de propagation dit à "vitesse variable" qui est alors utilisé pour générer les signaux dans ce cas-là ; on présente également la méthode d'estimation des offsets dite de l'"extension de la transformée de Hough" [9] pour comparaison.

La méthode HRSP peut être résumée par l'organigramme suivant :

Estimation des orientations : Schéma de propagation à vitesse constante  
 Obtention des signaux  
 ↓  
 Calcul d'une matrice interspectrale  
 ↓  
 Estimation du nombre de droites  
 ↓  
 Méthode TLS-ESPRIT qui aboutit aux valeurs d'orientation.

Estimation des offsets : Schéma de propagation à vitesse variable  
 Obtention des signaux  
 ↓  
 Pour chaque valeur d'angle : Application de la méthode Modified Forward Backward Linear  
 Prediction (MFBLP) qui aboutit aux valeurs d'offsets  $x_0$ .

### 1.4.1 Estimation des orientations : schéma de propagation à vitesse constante

#### 1.4.1.1 Obtention des signaux

Les signaux employés pour la détermination des orientations sont obtenus selon un schéma de propagation à vitesse constante, tel que cela a été décrit en 1.2.2. On rappelle que ces signaux sont, sous forme vectorielle :

$$\mathbf{z} = \mathbf{A}(\Theta).\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1.10)$$

Ces signaux sont traités par la méthode ESPRIT afin d'aboutir à la valeur des orientations des droites. Le principe de la méthode est donné ci-dessous, un organigramme fourni en annexe donne de façon synthétique les étapes de la méthode.

#### 1.4.1.2 La méthode ESPRIT

##### Lissage spatial et obtention de la matrice interspectrale

**Lissage spatial** L'estimation de la matrice interspectrale requiert la connaissance de  $P$  vecteurs de réalisation du signal  $\mathbf{z}$ . A partir du vecteur-signal  $\mathbf{z}$  on construit  $P$  vecteurs-signal de longueur  $M$ , avec  $d < M < N - d + 1$ . Un vecteur-signal correspond à une position de sous-antenne.  $d$  représente ici le nombre de droites contenues dans l'image. L'intérêt de l'utilisation de ces diverses positions d'antenne est de simuler des observations à des temps  $t_i$  réguliers sur une antenne fictive de  $M$  capteurs. On nomme la réalisation d'indice  $i$  du signal  $\mathbf{z}_i$ . La réalisation d'indice  $i$  du bruit est  $\mathbf{n}_i$ .

$$\mathbf{z}_i = [z_i, \dots, z_{i+M-1}]^T, \quad \mathbf{n}_i = [n_i, \dots, n_{i+M-1}]^T \text{ pour } i = 0 \dots P - 1$$

On forme une matrice d'observation  $\mathbf{Z}$ , de dimension  $M \times P$ , avec  $P = N + 1 - M$ .

En une écriture synthétique :  $\mathbf{Z}_P = \mathbf{A}(\Theta) \cdot \mathbf{S}_P + \mathbf{N}_P$  où une colonne de la matrice  $\mathbf{A}(\Theta)$  correspond à une ligne droite donnée dans l'image et une ligne de  $\mathbf{A}(\Theta)$  correspond à un élément de la fenêtre de mesure (un capteur).

Le lissage spatial est une technique de décorrélation [4] pour éviter une dégradation des performances des étapes ultérieures. Cette dégradation peut se produire lorsque la corrélation entre les sources est importante. Pour réaliser le lissage spatial il importe de choisir convenablement  $M$  et  $P$ . En pratique  $M$  est choisi proche de  $\sqrt{N}$ ,  $N$  étant la taille d'un côté de l'image.

**Décomposition de la matrice interspectrale** La matrice interspectrale est définie d'après les paramètres physiques du problème par :

$$R_{zz} = \lim_{p \rightarrow \infty} (1/P) Z_P Z_P^H = \lim_{p \rightarrow \infty} (1/P) \sum_{p=1}^P z_p \cdot z_p^H = A(\Theta) R_{ss} A(\Theta)^H + \sigma^2 \cdot I$$

La décomposition en valeurs propres de  $R_{zz}$  peut mettre en valeur une distinction entre le sous-espace signal et le sous-espace bruit :

$$R_{zz} = \sum_{i=1}^M \lambda_i e_i \cdot e_i^H = E_s \Lambda_s E_s^H + E_n \Lambda_n E_n^H$$

Il existe un lien entre  $E_s$  et  $A(\Theta)$ , qui peut être exploité si on connaît le nombre de droites  $d$ .

$R_{zz}$  et  $A(\Theta) R_{ss} A(\Theta)^H$  ont mêmes valeurs propres et  $span E_s = span A(\Theta)$ . Le sous-espace associé à  $E_s$  est donc appelé sous-espace signal. L'étude de  $A(\Theta)$  peut donc se ramener à celle de  $E_s$ . Il est donc crucial d'obtenir une bonne estimation de la dimension  $d$  du sous-espace signal -nombre de colonnes de  $E_s$ -, c'est-à-dire concrètement le nombre de droites dans l'image. Cette information est considérée comme étant connue *a priori*, d'où le caractère paramétrique de la méthode.

En notant pour l'estimée de la matrice de covariance  $\hat{R}_{zz} = \hat{E} \hat{\Lambda} \hat{E}^H$ , l'estimée  $\hat{E}_s$  de  $E_s$  est obtenue en prenant les  $d$  premières colonnes de  $\hat{E}$ . Les colonnes de cette matrice recouvrent l'ensemble des parties signal utile et bruit.

### Estimation du nombre de droites

L'ensemble des valeurs propres de la matrice interspectrale permettent de déterminer une estimation du nombre de sources. Les  $d$  valeurs propres de plus grande valeur correspondent au sous-espace signal, les autres au sous-espace bruit, qui est orthogonal au sous-espace signal.

**L'estimé du nombre de sources** est l'argument minimum de la fonction MDL (minimum description length) suivante :

$$MDL(k) = -\log \left\{ \frac{\prod_{i=k+1}^M \lambda_i^{\frac{1}{M-k}}}{\frac{1}{M-k} \sum_{i=k+1}^M \lambda_i} \right\}^{(M-k)P} + \frac{k}{2} (2M - k) \log(P)$$

Les valeurs propres étant ordonnées, cette quantité est fonction de la différence entre une valeur propre donnée de la matrice interspectrale et la valeur propre suivante.

### Méthode TLS-ESPRIT

On a montré en 1.4.1.2 qu'il est possible d'étudier la matrice directionnelle par le biais de l'estimée de la matrice des vecteurs propres associés à l'espace signal  $\hat{E}_s$ . Reste à savoir comment exploiter  $\hat{E}_s$  pour aboutir à la valeur des angles des droites.

ESPRIT, pour *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques*, est appliquée dans le cas particulier de d'un réseau d'antennes constitué de deux sous-antennes identiques [2]. TLS-ESPRIT en est une version étendue efficace. Le principe de l'algorithme TLS-ESPRIT repose sur la séparation de l'antenne en deux sous-antennes. Les deux sous-antennes sont décalées de  $\Delta$ . Les directions d'arrivée des signaux ne dépendent que du délai de propagation entre les deux sous-antennes, et pas du délai de propagation entre deux capteurs de l'antenne. Bien qu'à l'origine, dans l'algorithme ESPRIT, aucune géométrie spécifique n'est supposée pour chacune des sous-antennes [8], on se place dans le cas où celles-ci sont identiques et périodiques.

Connaissant l'écart  $\delta$  entre deux capteurs d'une antenne on peut poser  $\Delta = \delta$ . Cela permet de créer artificiellement deux antennes de taille  $M-1$  qui se superposent partiellement, tout en conservant le formalisme du traitement d'antenne adapté au traitement d'image. On ne pourrait pas par exemple espacer les deux sous-antennes d'une distance inférieure à celle existant entre deux lignes.

On définit  $\hat{E}_1$  comme la sous matrice de  $\hat{E}_s$  formée par les lignes 1 à  $M-1$ , et  $\hat{E}_2$  comme la sous matrice de  $\hat{E}_s$  formée par les lignes 2 à  $M$ . On choisit comme déplacement  $\Delta = 1$ . Il existe un opérateur unitaire qui relie les matrices directionnelles associées à chacune des deux sous-antennes. C'est cette relation qui est exploitée dans la méthode TLS-ESPRIT. Formons la décomposition en valeurs propres de la matrice  $2d \times 2d$  :

$$F \Lambda F^H = \begin{bmatrix} \hat{E}_1^H \\ \hat{E}_2^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_1 & \hat{E}_2 \end{bmatrix}.$$

La matrice  $F$  est partitionnée en blocs de sous-matrices  $d \times d$ ,

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix}$$

En posant  $\lambda_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, d$  les valeurs propres de la matrice  $-F_{12}F_{22}^{-1}$ , les angles sont donnés par [9] :

$$\hat{\theta}_k = \tan^{-1} \left[ \frac{1}{(\mu \Delta)} \text{Im} \left( \ln \left( \frac{\lambda_k}{|\lambda_k|} \right) \right) \right]$$

On a donc déterminé la valeur de  $d$  (nombre de droites) et les valeurs  $\theta_k$  (orientation des droites).

#### 1.4.1.3 Complexité du schéma de propagation à vitesse constante

On note  $N_p$  le nombre de pixels utiles dans l'image. On rappelle que  $P$  est le nombre et  $M$  la longueur des vecteurs-signal,  $d$  le nombre de droites à détecter. La complexité du schéma de propagation à vitesse constante est donnée par :

- $O(N_p)$  pour créer le signal  $z$  ;
- $O(P * M^2)$  pour calculer  $R_{zz}$  ;
- $O(M^2 * d)$  pour la décomposition en valeurs propres.

En prenant par exemple  $M = \sqrt{N}$  la complexité globale en est :  $O(N_p + N * (N + d))$ . En considérant que le nombre de droites est faible devant la taille de l'image, la complexité devient :  $O(N_p + N^2)$ .

### 1.4.2 Estimation du décalage des lignes (offsets $x_0$ )

L'objectif de cette partie est de présenter deux méthodes qui aboutissent à l'estimation des offsets des droites [3], lorsque leur valeur d'orientation est connue. Une méthode est celle dite de "l'extension de la transformée de Hough". Afin de se placer dans le cadre de l'application des principes du traitement d'antenne au traitement d'image, on désire établir un procédé d'obtention des signaux par un schéma de propagation. On se penchera sur les avantages qu'apporte ce procédé.

#### 1.4.2.1 La méthode dite de l'extension de la transformée de Hough

**Principe de la méthode** L'image que l'on considère est munie d'un système de coordonnées polaires  $\theta$  et  $r$ . L'origine du repère est placée au coin supérieur gauche de l'image.

L'annexe décrit en détail la méthode dont les principaux éléments sont les suivants : On appelle sinogramme la représentation des valeurs prises par la transformée de Hough pour toutes les valeurs de  $\theta$  et  $r$  considérées. Pour une orientation  $\theta$  fixée, le sinogramme ne dépend que de la coordonnée radiale. Il est construit et exploité de la façon suivante :

- Sommation des valeurs de pixels selon cette orientation (figure 1.6). Les valeurs de sommation pour toutes les valeurs de la coordonnée radiale constituent le sinogramme.
- Détermination du maximum du sinogramme. (figure 1.7)
- Détermination des offsets

$$x_{0_k} = \rho_k / \cos(\theta_k)$$

**Complexité de l'extension de la transformée de Hough** Le coût numérique de l'algorithme est assez élevé. Ce coût est dû à la procédure de calcul des valeurs du sinogramme qui pour un angle donné est réalisée exhaustivement pour toutes les valeurs de distance à l'origine.

Pour chacune des  $d$  valeurs d'orientation :

- Pour chaque valeur de coordonnée radiale ( $\frac{1}{\delta\rho} * \sqrt{2} * N \simeq 10 * N$  valeurs) : somme de  $N_p$  valeurs.
- Recherche du maximum de la somme.

La complexité de la méthode est donc de :  $O(d * (10 * N * N_p + 10 * N)) \simeq O(d * 10 * N * N_p)$ .

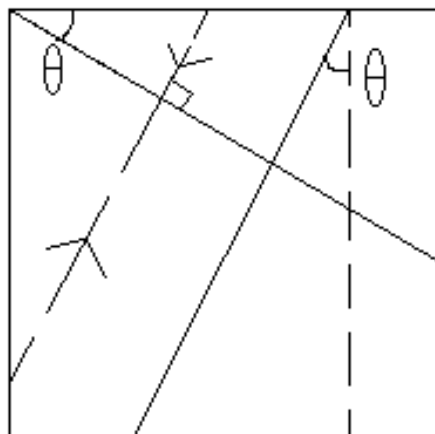


Figure 1.6 — Création du sinogramme

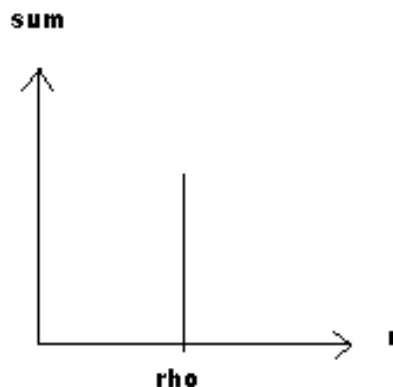


Figure 1.7 — Valeurs du sinogramme

**Avantages et inconvénients de la méthode** L'avantage de cette méthode est que son principe est relativement simple puisqu'il s'agit de compter le nombre de pixels selon une orientation donnée. L'inconvénient majeur de la méthode est son coût numérique dans les cas où le nombre de pixels de valeur non nulle dans l'image est important. On remarquera que le cas de droites parallèles peut être traité si plusieurs maxima relatifs du sinogramme sont sélectionnés pour conduire à des valeurs d'offset.

#### 1.4.2.2 Le schéma de propagation à vitesse variable

**Génération des signaux** Dans le cas de l'estimation de l'orientation des droites l'existence de différentes valeurs d'orientation était envisagée; le formalisme aboutissant au signal reçu par l'antenne, dans le cas de l'estimation du décalage des lignes, est différent en deux points par rapport au schéma de propagation à vitesse variable : la partie signal correspond à une seule valeur d'orientation, et la vitesse de propagation est variable. Le signal reçu au capteur  $l$  est alors, lorsque la première valeur d'orientation est considérée :

$$z_l = \sum_{k=1}^{d_1} \exp(-j\tau x_{0_k}) \cdot \exp(j\tau l \tan(\theta_1)) + n_l \text{ pour } l = 0 \dots N - 1$$

$d_1$  est le nombre de droites d'orientation  $\theta_1$  et d'offsets différents.

Lorsque  $\tau$  varie linéairement en fonction de l'indice des lignes le vecteur de mesures  $\mathbf{z}$  contient un terme à fréquence modulée. Si on pose  $\tau = \alpha l$ , alors :

$$z_l = \sum_{k=1}^{d_1} \exp(-j\alpha l x_{0_k}) \cdot \exp(j\alpha l^2 \tan(\theta_1)) + n_l$$

C'est une somme de  $d_1$  signaux qui ont un terme de phase quadratique en commun mais différents termes linéaires. Le premier traitement de ce signal consiste à obtenir une expression ne contenant que les termes linéaires en  $l$ . Cette procédure consiste en une division de  $z_l$  par le terme non nul  $a_l(\theta_1) = \exp(j\alpha l^2 \tan(\theta_1))$  -ou une multiplication par le conjugué de cette expression-.

On obtient alors :

$$w_l = \sum_{k=1}^{d_1} \exp(-j\alpha l x_{0_k}) + n'_l \text{ pour } l = 0 \dots N - 1.$$

Le problème de l'estimation du décalage est donc ramené à la détermination de valeurs de fréquences. On remarque que cette procédure permet de différencier plusieurs droites de même orientation mais d'offsets différents. Dans un cas plus général une image peut contenir des lignes parallèles et non parallèles. L'obtention du signal  $w$  est alors réalisée pour chacun des angles. Pour chacun des angles une méthode d'estimation de fréquence est employée.

Remarque :

Les sources étant de puissances identiques et égales à 1 on ne peut pas utiliser une méthode fondée sur la séparation d'un sous-espace source et du sous-espace bruit après calcul d'une matrice de covariance (technique employée en 1.4.1.2). La matrice de covariance des signaux  $w$  a la forme suivante :

$$R_{ww} = A J A^H + R_{n' n'}$$

$$A = \exp(-j\alpha l x_{0_k})_{l=0 \dots N-1, k=1 \dots d_1}$$

$J = (1)_{l=1 \dots d_1, k=1 \dots d_1}$ ,  $R_{n' n'}$  est la matrice interspectrale du bruit.

La matrice  $J$  est de rang 1. Cela provoque une indétermination sur la dimension du sous-espace signal, autrement dit le nombre de valeurs d'offset.

De plus le sous-espace correspondant à la valeur propre dominante ne représente n'est que de dimension 1 et ne représente plus le sous-espace signal.

## La méthode "Modified Backward Forward Linear Prediction"

On propose dans cette étude la méthode modified forward-backward linear prediction [10]. Elle passe par le biais de la séparation d'une partie signal et d'une partie bruit, mais pas par le calcul d'une matrice interspectrale. On se rapportera à l'annexe afin de se renseigner sur la partie calculatoire de cette méthode. Certains commentaires apparaissent également dans cette annexe. On en donne ci-dessous les principales étapes. On nomme  $L$  l'un des paramètres de la méthode. Celui-ci est proche de  $N$ , taille de l'image.



- 1) Formation d'une matrice issue de la donnée du signal  $w$  :

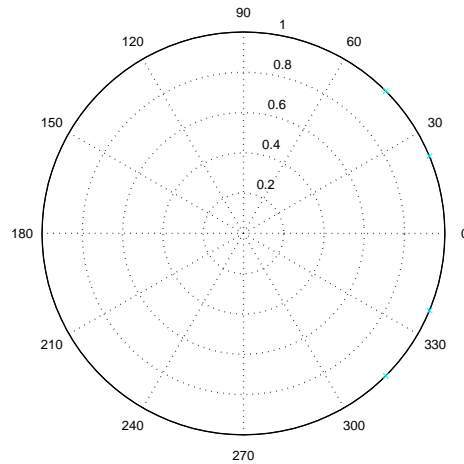
On forme la matrice  $Q$  de taille  $2 \times (N - L) \times L$  :

$$Q = \begin{bmatrix} W_{L-1} & W_{L-2} & \dots & W_0 \\ W_L & W_{L-1} & \dots & W_1 \\ W_{L+1} & W_L & \dots & W_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ W_{N-2} & W_{N-3} & \dots & W_{N-L-1} \\ W_1^* & W_2^* & \dots & W_L^* \\ W_2^* & W_3^* & \dots & W_{L+1}^* \\ W_3^* & W_4^* & \dots & W_{L+2}^* \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ W_{N-L}^* & W_{N-L+1}^* & \dots & W_{N-1}^* \end{bmatrix}$$

- 2) Calcul d'une décomposition en valeurs singulières.  
Former la décomposition en valeurs singulières de  $Q$  :

$$Q = U \Lambda V^H$$

- 3) Sélection du sous-espace propre correspondant au signal : obtention de la matrice  $\Sigma$ .
- 4) Formation -faisant intervenir la matrice  $\Sigma$ - des coefficients d'un polynôme de degré élevé, puisqu'égal à  $L$ .
- 5) Parmi les zéros du polynôme calculé certains sont placés sur le cercle unité, ils sont sélectionnés (figure 1.8).



**Figure 1.8** — Sélection de zéros

- 6) Les valeurs des offsets sont proportionnelles aux arguments des zéros sélectionnés :  $\exp(-j\alpha x_0_k) \rightarrow x_0_k$ .

**Complexité du schéma de propagation à vitesse variable** On rappelle que  $N$  est la taille d'un côté de l'image,  $L$  est un paramètre choisi proche de  $N$  (cf B.2.2). Les opérations successives et leur complexité respective sont les suivantes :

- Génération des signaux en  $O(N_p)$ .

Pour chacune des  $d$  directions trouvées par le schéma de propagation à vitesse constante :

- Création de la matrice  $Q$  en  $O(2 * (N - L) * L) = O(N)$  car  $N \approx L$ ,
- Décomposition en valeurs singulières de la matrice  $Q$  en  $O((N - L)^3 + N^3) = O(N^3)$ .
- Création de la matrice  $\Sigma$  en  $O(L) = O(N)$
- Création du vecteur  $g$  : Deux produits matriciels de complexité en  $O(L)$  et un décalage des valeurs de  $g$  en  $O(L)$  donnent une complexité en  $O(L + L + L) = O(N)$
- Création du polynôme  $H$  en  $O(L) = O(N)$ .
- Recherche des zéros : La procédure "roots" de matlab comprend une diagonalisation d'une matrice de taille  $L$  par  $L$ . La complexité vaut donc  $O(N^3)$ .

La complexité globale de la méthode est finalement  $O(N_p + d * N^3) \simeq O(d * N^3)$ .

**Propriétés principales de la méthode** La complexité du schéma de propagation à vitesse variable est moindre que celle de l'extension de la transformée de Hough dès que le nombre de pixels de valeur non nulle dans l'image est important. Une propriété de la méthode provient aussi du fait qu'elle s'applique aux cas où les sources ont mêmes puissances, et qu'elle permet de traiter le cas de droites parallèles. Les difficultés qui lui sont liées sont dues aux erreurs de calcul numériques lors des calculs matriciels.

### 1.4.3 Conclusion

La méthode HRSP, qui constitue le coeur de ce rapport, est une méthode de caractérisation de droites dans une image, la première étape consistant à déterminer les orientations des droites, la seconde à en estimer les offsets. Deux algorithmes ont été décrits pour la détermination des offsets ; une importance particulière a été accordée au schéma de propagation à vitesse variable car il constitue une méthode innovante et mettant en oeuvre des techniques de traitement d'antenne. La cohérence de l'ensemble HRSP tient à l'emploi, dans chacune des étapes, de méthodes issues du traitement d'antenne.

## 1.5 Choix des paramètres, premières expériences

### 1.5.1 Choix des paramètres

#### 1.5.1.1 Les paramètres importants

Trois paramètres se dégagent des méthodes présentées de par leur importance particulière. Se distinguent dans le schéma de propagation à vitesse constante la vitesse de propagation  $\mu$  et la longueur des vecteurs-signal  $M$ . Le paramètre le plus important dans le schéma de propagation à vitesse variable est la constante de propagation  $\alpha$ . On peut se demander quels sont les ordres de grandeur correspondant à ces paramètres. Concernant l'extension de la transformée de Hough les paramètres sont le pas choisi pour  $\rho$ , et la largeur  $R$  de la fonction

$c$  permettant de réaliser les sommes de valeurs de pixels (se référer à B pour la signification précise des paramètres).

### 1.5.1.2 Influence des paramètres et valeurs optimales

**La taille M de la sous-antenne** Le rang de la matrice interspectrale  $R_{zz}$  devant être supérieur au nombre maximal de droites dans l'image l'inégalité suivante doit être respectée :  $d < M < N - d + 1$ . Une trop grande valeur de M détériore l'estimation de la matrice interspectrale car le nombre de vecteurs-signal est faible. Cependant, une grande valeur de M réduit dans la matrice de covariance l'influence du bruit. Un compromis doit être trouvé. La valeur qui donne les meilleurs résultats pour  $M$  est  $ENT(\sqrt{N})$  où  $N$  est la taille d'un côté de l'image,  $ENT$  représente la partie entière. Pour une image 200 pixels par 200 on choisira  $M = 14$ .

**La vitesse de propagation  $\mu$**  Il existe des valeurs limites pour  $\mu$ , que l'on déduit de l'expression donnant la valeur des orientations des droites. On montre en 1.4.1.2 que les valeurs estimées des angles sont données par :

$$\hat{\theta}_k = \tan^{-1}\left[\frac{1}{(\mu\Delta)} \text{Im}\left(\ln\left(\frac{\lambda_k}{|\lambda_k|}\right)\right)\right]$$

La partie utile des signaux obtenus par schéma de propagation à vitesse constante est composée d'exponentielles complexes dont on veut retrouver l'argument. L'intervalle pour les valeurs non ambiguës des angles est de longueur  $2\pi$  :

$$-\pi < \mu\Delta \tan(\theta_k) \leq \pi$$

On doit donc choisir :

$$|\mu| \leq \frac{\pi}{\Delta \tan(\theta_k)}$$

pour tout  $k$ .

En considérant par exemple  $\Delta = 1$  et  $\theta_k = 45^\circ$ ,

$$|\mu| \leq \simeq 3$$

### Le paramètre de propagation $\alpha$

On montre en B.2.2 que les valeurs d'offset sont déduites des valeurs des arguments de zéros placés sur le cercle unité :  $\exp(-j\alpha x_{0k}) \rightarrow x_{0k}$ . Afin d'obtenir des zéros répartis sur un intervalle donné en argument, il convient de fixer correctement  $\alpha$ . Si l'on souhaite que ces arguments soient compris dans  $[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$ , pour des valeurs maximales d'offset  $x_0$  autour de  $X_0$ , on obtient la condition :

$$|\alpha| = \frac{\pi}{4 * X_0}$$

En considérant par exemple  $X_0 = 300$ ,

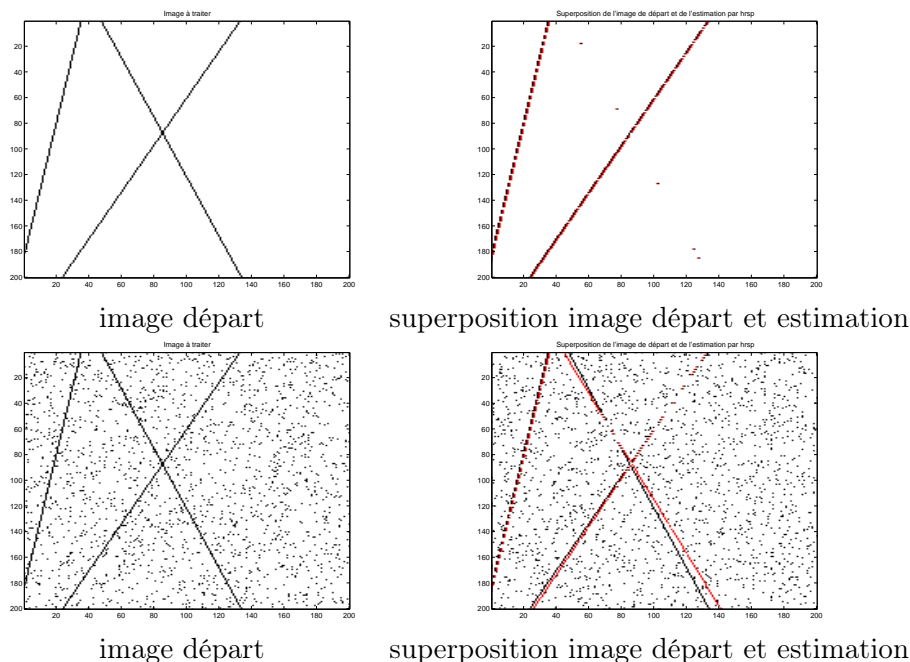
$$|\alpha| \approx 2.5 * 10^{-3}$$

## 1.5.2 Première mise en oeuvre des méthodes

### 1.5.2.1 Simulations

On présentera lors de ces simulations les résultats obtenus sur une image binaire simple, non bruitée puis bruitée. Le bruit considéré est une distribution aléatoire de pixels "noirs". Le bruit est caractérisé par la donnée suivante : un pourcentage représente la proportion de pixels noircis -dans ce cas précis on a fixé un bruit à 5 pour cent-. Les résultats présentés sont obtenus par le schéma de propagation à vitesse constante, et par l'extension de la transformée de Hough (figure 1.9) puis le schéma de propagation à vitesse variable respectivement (figure 1.10).

On choisit dans tous les cas la première position d'antenne, selon le formalisme présenté en 1.2.1.1. Les paramètres liés à l'extension de la transformée de Hough sont les suivants : la largeur  $R$  est fixée à trois pixels, le pas  $\delta\rho$  est de  $\frac{1}{7}$ .



**Figure 1.9** — Méthode extension de la transformée de Hough

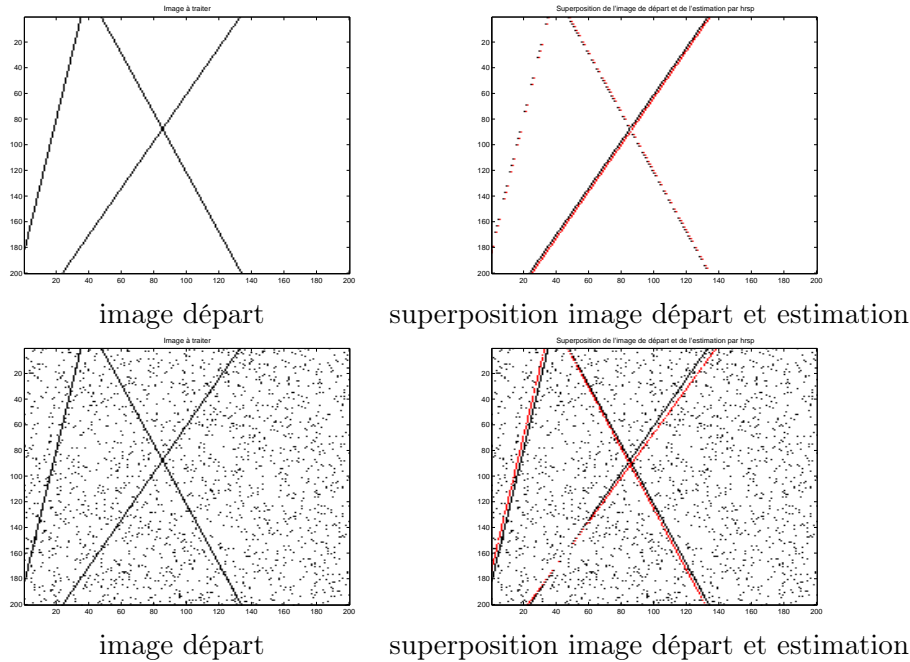


Figure 1.10 — Méthode schéma de propagation à vitesse variable

### 1.5.2.2 Analyse des résultats

Dans le cas des images non bruitées les trois droites estimées sont parfaitement superposées aux droites de départ. Leur estimation est correcte également dans le cas d'une image bruitée. L'optimalité des paramètres étudiés est établie selon le critère du biais moyen obtenu entre les valeurs vraies et estimées des paramètres. On constate que les valeurs optimales de  $\mu$  sont autour de 1, à 0.1 près, qu'une valeur de  $M$  fixée à 15 donne de bons résultats. La valeur optimale de  $\alpha$  est  $2.5 * 10^{-3}$ .

### 1.5.2.3 bilan

La lourdeur constatée de la méthode extension de la transformée de Hough justifie une étude approfondie du schéma de propagation à vitesse variable, avec lequel des résultats similaires -en première approximation- sont obtenus pour une complexité moindre. On note que les valeurs des paramètres choisis expérimentalement sont en accord avec celles qui étaient prévues en 1.5.1.2. Les images utilisées jusqu'à présent étant binaires, on peut penser à une adaptation aux images en niveaux de gris comme première extension de la méthode HRSP.

## 1.6 Conclusion

Les fondements du traitement d'antenne ont été décrits et rapprochés du traitement d'image. On a en effet montré qu'un formalisme particulier permet d'associer à un côté d'une image une série de capteurs correspondant chacun à une ligne. Les signaux reçus par ces capteurs sont générés par ce qu'on appelle un "schéma de propagation". Une droite dans une image est assimilée à un front d'onde figé dont on simule la propagation. Ce rapprochement

permet d'appliquer au traitement d'image les méthodes Haute Résolution employées en traitement d'antenne. Les méthodes Haute Résolution ont été introduites au travers de la méthode MUSIC, fondée sur la distinction entre un sous-espace signal et un sous-espace bruit. C'est dans cette catégorie de méthodes que l'on a choisi celles employées dans la procédure "Haute Résolution et Schéma de Propagation". Cette procédure utilise un schéma de propagation à vitesse constante pour estimer la valeur des orientations des droites et un schéma de propagation à vitesse variable pour déterminer la valeur des offsets. On a pris soin de décrire la méthode "extension de la transformée de Hough" afin de la comparer à la méthode innovante que constitue le schéma de propagation à vitesse variable. Les premières simulations ont permis de fixer la valeur des paramètres importants intervenant dans les procédures, notamment les paramètres liés à la vitesse dans les schémas de propagation.

Ces simulations ont également débouché sur des perspectives d'applications : les performances du schéma de propagation à vitesse variable méritent d'être étudiées de façon approfondie ; les images utilisées jusqu'à présent étant binaires, on peut envisager une déclinaison de HRSP adaptée à des images en niveaux de gris, des images couleur...

---

# Application de "Haute Résolution et Schéma de Propagation" à divers cas pratiques

## Introduction

Lors de l'étude théorique et des premières expériences exposées au premier chapitre on a montré que la méthode Haute Résolution et Schéma de Propagation s'applique bien à la recherche et la caractérisation des droites dans une image. On étudiera en détail les aptitudes de la méthode HRSP face à des cas difficiles ; une étude quantitative permettra d'évaluer précisément dans différentes conditions les performances de la méthode HRSP, y compris du point de vue de la complexité ; la méthode HRSP sera ensuite adaptée à divers cas pratiques. On montrera qu'un prétraitement par gradient permet d'adapter la procédure aux images en niveaux de gris. La complexité relativement faible du schéma de propagation à vitesse variable permettra une adaptation aux images réelles.

On s'intéressera ensuite à la détection de contours d'objets et aux images couleur.

### 2.1 Les aptitudes de la méthode HRSP face à des cas difficiles

On se penchera ici sur certains cas difficiles : on expliquera pourquoi certains d'entre eux peuvent parfois donner lieu à des résultats biaisés et comment surmonter les difficultés rencontrées.

On rappelle que le schéma de propagation à vitesse variable est utilisé pour estimer la valeur des offsets des droites présentes dans une image. Il est adapté à la résolution du cas particulier que constitue les droites parallèles, c'est-à-dire qui correspondent à une seule valeur d'angle mais plusieurs valeurs d'offset. On s'intéressera au cas d'une image bruitée et à une image qui contient des droites ne la traversant que partiellement.

### 2.1.1 Le cas des droites parallèles

L'objectif est de montrer que le schéma de propagation à vitesse variable est capable de résoudre le cas de droites parallèles, c'est-à-dire de trouver des droites de même pente mais d'offset différent. La figure 2.1 montre que cette propriété de la méthode est vérifiée. La méthode de l'extension de la transformée de Hough est également capable de résoudre ce cas particulier : deux maxima du sinogramme 1.4.2.1 sont alors sélectionnés. Les deux antécédents de ces maxima conduisent chacun à une valeur d'offset.

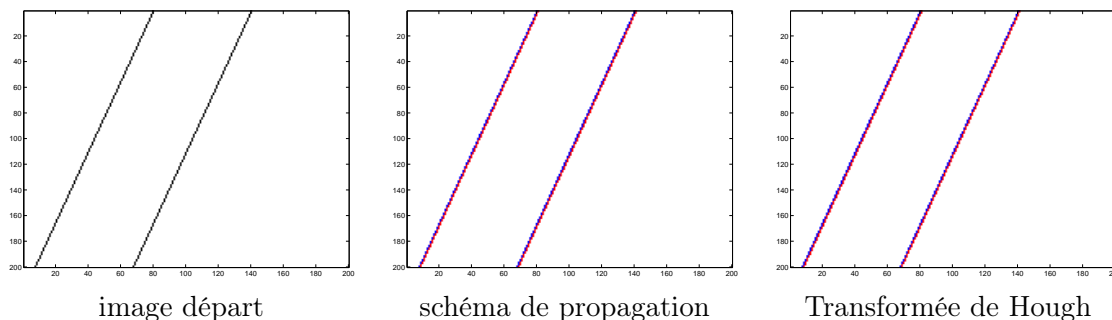


Figure 2.1 — Droites parallèles : superposition de l'image de départ et du résultat obtenu

Le tableau suivant donne pour les valeurs d'orientation et d'offset des droites les valeurs réelles, les valeurs obtenues par la méthode schéma de propagation à vitesse variable, et par l'extension de la transformée de Hough.

	Pente	Offset1	Offset2
Valeur réelle	20	80	140
Schéma de propagation à vitesse variable	20.01	80.75	140.85
Extension de la transformée de Hough	20.01	80.88	140.78

Les méthodes schéma de propagation à vitesse variable et extension de la transformée de Hough parviennent à retrouver les deux droites parallèles avec une erreur de moins d'un pixel sur les valeurs d'offset.

### 2.1.2 Une image bruitée

Une image bruitée peut aboutir à une valeur d'angle biaisée, l'exemple d'un tel cas est donné par la figure 2.2. L'image est bruitée avec un pourcentage de bruit de 20 pour cent.



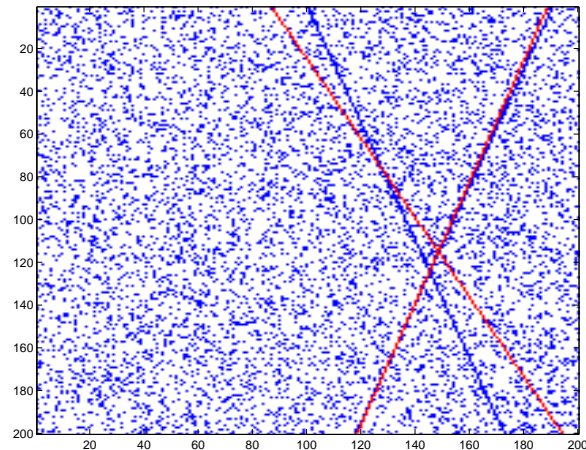


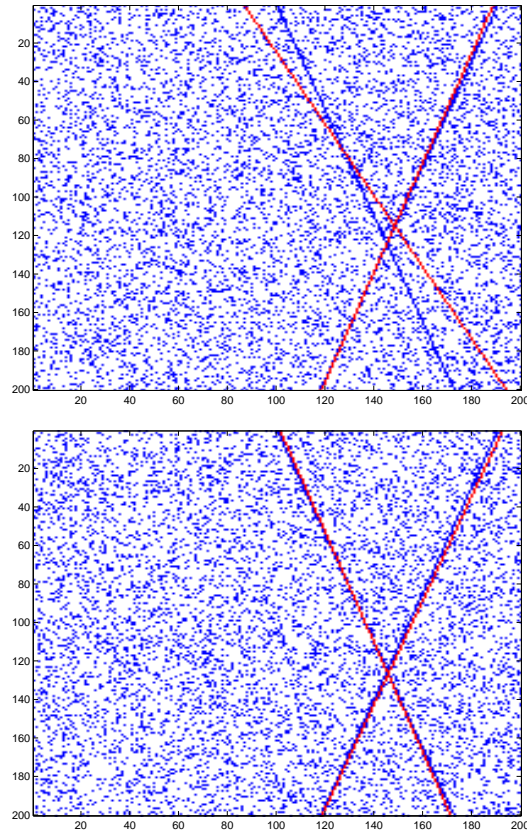
Figure 2.2 — Image bruitée de départ et estimation

### 2.1.2.1 Les limites de la méthode TLS-ESPRIT

La détermination du sous-espace signal dans la matrice  $E$  passe par la sélection des  $d$  valeurs propres de plus grande valeur de la matrice de covariance estimée. Dans le cas d'une image bruitée une valeur propre due au bruit peut prendre une valeur proche de celle d'une valeur propre due au signal. Cela rend difficile l'estimation de la dimension du sous-espace signal et la distinction entre sous-espace signal et sous-espace bruit est moins nette que dans un cas non bruité. La matrice  $\hat{E}_s$  est alors mal estimée. Cela aboutit à un biais sur les angles estimés.

### 2.1.2.2 Solution apportée et illustration

Dans un cas bruité on choisira de préférence une valeur élevée de la taille de sous-antenne  $M$ , ce qui permet de réduire la valeur des valeurs propres dues au bruit dans la matrice de covariance estimée. La figure 2.3 présente les résultats obtenus avec respectivement une petite et une grande taille de sous-antenne.



*Figure 2.3* — Estimations réalisées : avec une petite valeur de  $M$ , avec une grande valeur de  $M$

Dans le premier cas on a fixé une taille de sous-antenne de 15, dans le second cas une taille de sous-antenne de 30.

### 2.1.3 Cas des droites ne traversant qu'une partie de l'image

On se penche ici sur le cas où une droite de l'image ne traverse qu'une partie de l'image. La figure 2.4 donne l'exemple d'une telle image et le résultat de l'estimation. On note qu'il existe un biais sur l'une des valeurs d'offset.

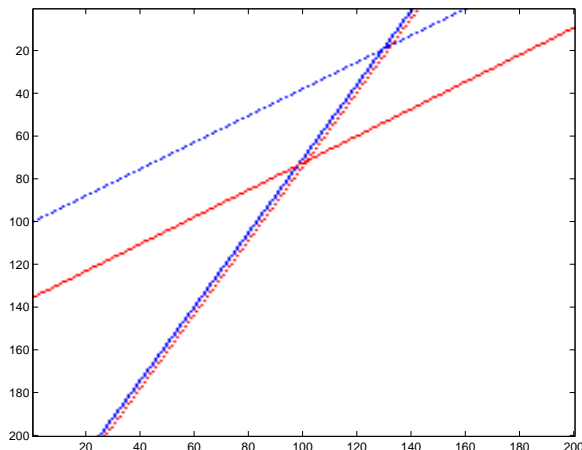


Figure 2.4 — Une image conduisant à une valeur d'offset biaisée

### 2.1.3.1 Les limites de la méthode MFBLP

La méthode nécessite le calcul d'un polynôme de degré élevé 1.4.2.2, dont on détermine les zéros. Le nombre de zéros situés sur le cercle unité est théoriquement égal au nombre de valeurs d'offsets pour une orientation donnée. Cependant les erreurs d'arrondi inhérents au calcul matriciel éloignent ces zéros du cercle unité. On attribue donc au signal les zéros les plus proches du cercle unité. Un zéro dû au bruit peut cependant être plus proche du cercle unité qu'un zéro dû au signal tout en ayant un module très proche et un argument très différent. Cela explique l'obtention occasionnelle d'une grande valeur de biais sur l'offset. Les figures 2.5 et 2.6 donnent une illustration graphique de ce choix de zéros :

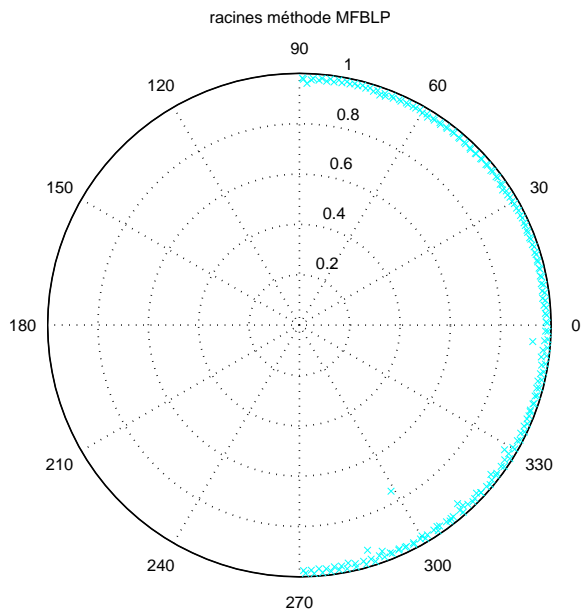
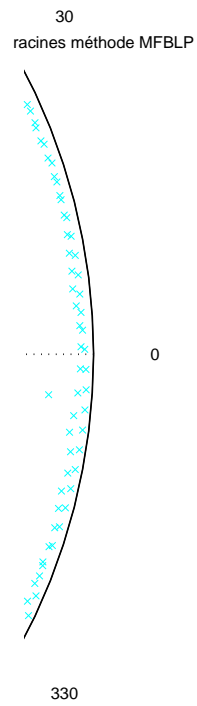


Figure 2.5 — Zéros du polynôme



*Figure 2.6* — Zoom sur certains zéros

### 2.1.3.2 Solution apportée

Une valeur d'offset biaisée peut être obtenue lorsque les droites ne traversent pas toute l'image. Dans ce cas-là la partie du signal reçue sur certains des capteurs est nulle. L'observation des signaux obtenus à partir de l'image à traiter permet de repérer cette situation. Une solution à ce type de problème est de changer la position d'antenne. Si le signal est non nul sur l'ensemble de l'antenne, les résultats obtenus seront meilleurs. Une illustration est donnée par les figures suivantes. La figure 2.7 montre une image de deux droites ayant conduit à l'estimation biaisée d'un offset lorsque la position d'antenne 4 (voir 1.2.1.1) est utilisée. La droite d'offset égal à 160 conduit à une valeur d'offset supérieure à 200. La figure 2.8 montre un signal reçu. On remarque que la partie du signal correspondant aux derniers capteurs est nulle. La figure 2.9 donne le signal obtenu lorsque la position d'antenne 1 est utilisée. Cette figure montre que tous les capteurs reçoivent un signal non nul. L'utilisateur de la méthode donnera donc la préférence à cette configuration. L'exploitation de ce signal conduit à un résultat non biaisé. Ceci est visible sur la figure 2.10.

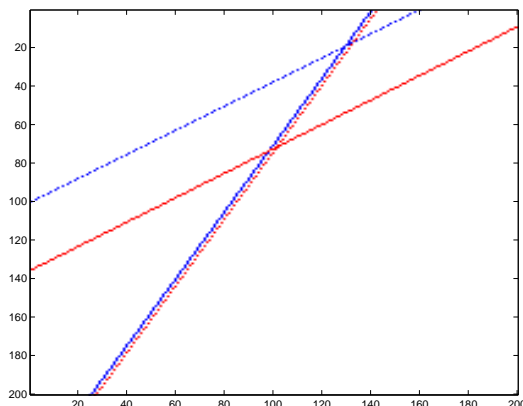


Figure 2.7 — Image de départ et estimation par la position d'antenne 4

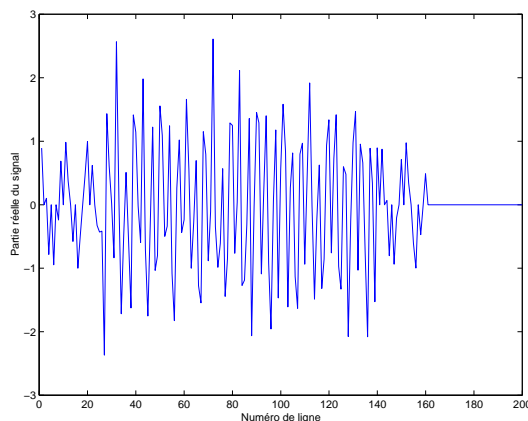
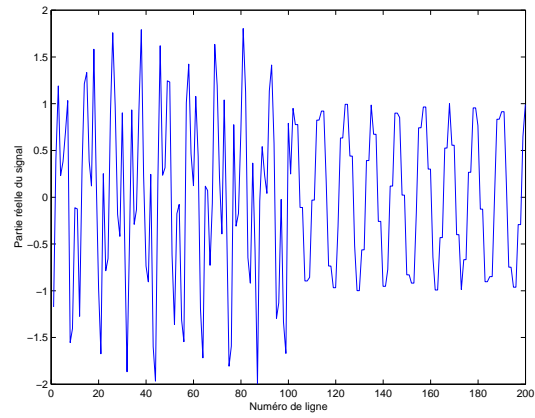
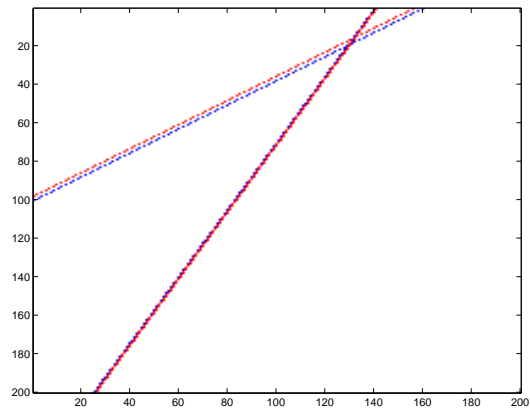


Figure 2.8 — Signal obtenu sur l'antenne 4 : le dernier capteur correspond au coin inférieur droit



*Figure 2.9* — Signal obtenu sur l'antenne 1



*Figure 2.10* — Image de départ et estimation par la position d'antenne 1

### 2.1.4 Conclusion

La méthode du schéma de propagation à vitesse variable aboutit à de bons résultats dans le cas du traitement des droites parallèles, plusieurs valeurs d'offset sont alors prises en compte pour une valeur d'angle. Les méthodes TLS-ESPRIT et "Modified Forward Backward Linear Prediction" présentent dans des cas difficiles des limites qui peuvent conduire à un biais sur la valeur des pentes et/ou des offsets des droites. Ces limites peuvent cependant être contournées en adaptant un paramètre ou en choisissant une configuration d'antenne adéquate pour la réception des signaux. Ces choix seront faits en fonction des conditions d'obtention de l'image (image pouvant être bruitée par exemple) ou en fonction de l'allure du signal obtenu à partir de l'image.

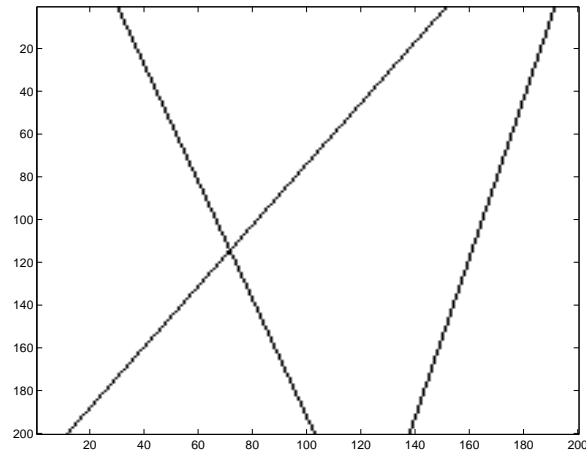
## 2.2 Etude quantitative des performances de l'algorithme HRSP

### 2.2.1 Introduction

L'étude du schéma de propagation à vitesse variable a montré que de bons résultats sont obtenus dans le cas de droites parallèles, et que des cas difficiles pouvaient être surmontés. Les constats qui ont été faits restent cependant qualitatifs et il est nécessaire de caractériser quantitativement les performances de l'algorithme HRSP, à la fois sur quelques cas particuliers et par une série de tests sur un grand nombre d'images. Cette étude concerne à la fois la méthode de détermination des angles et les méthodes de détermination des offsets. Elle a pour support des images binaires. L'algorithme utilisé pour l'estimation des angles est le schéma de propagation à vitesse constante. Les algorithmes disponibles pour la détermination des offsets - celui de l'extension de la transformée de Hough et celui du schéma de propagation à vitesse variable- seront comparés en terme de rapidité et de fiabilité. Plus précisément les objectifs de cette étude quantitative seront les suivants : montrer que les résultats obtenus sont stables pour une image donnée -c'est-à-dire que l'on obtient toujours les mêmes résultats quand la méthode est appliquée plusieurs fois à la même image-, déterminer la rapidité des algorithmes, déterminer le biais sur l'estimation des angles et des offsets -les valeurs de biais données pour chaque image représentent les valeurs moyennes sur toutes les droites-; généraliser ces résultats moyens obtenus sur quelques images par une série de tests menée dans différentes conditions expérimentales et à chaque fois pour un grand nombre d'images.

### 2.2.2 Cas particuliers et temps de calcul des algorithmes

Les images sont de taille 200 par 200 pixels. C'est un paramètre qui influe sur la rapidité de l'algorithme. Afin de ne pas encombrer le compte-rendu on ne donnera les valeurs d'angles et d'offsets que pour une seule image et on se concentrera sur les valeurs de biais sur chacune des images ainsi que sur leur valeur moyenne prise sur plusieurs images. Les images utilisées dans 2.2.2 ont typiquement l'allure de celle représentée en figure 2.11. On rappelle que le pourcentage de bruit désigne le pourcentage de pixels de bruit dans l'image.



*Figure 2.11* — Un exemple typique d'image utilisée

### 2.2.2.1 Temps de calcul

L'image considérée est constituée de trois droites, on considérera successivement les cas d'une image non bruitée et bruitée. La valeur numérique donnée correspond au temps total nécessité pour dix simulations.

#### Cas non bruité :

Schéma de propagation à vitesse constante (estimation des angles) : 0,9 s.

Extension de la transformée de Hough (Première méthode d'estimation des offsets) : 60 secondes.

Schéma de propagation à vitesse variable (Seconde méthode d'estimation des offsets) : 50 secondes.

#### Cas bruité (pourcentage de bruit 5 pour cent) :

Schéma de propagation à vitesse constante : 0,9 s.

Extension de la transformée de Hough : 180 secondes.

Schéma de propagation à vitesse variable : 50 secondes.

Pour un pourcentage de 20 pour cent de bruit le temps nécessaire pour dix simulations est de 1200 secondes pour l'extension de la transformée de Hough, le temps de calcul restant le même pour les deux autres méthodes.

Par conséquent la méthode de l'extension de la transformée de Hough est moins rapide que le schéma de propagation à vitesse variable dans un cas non bruité. Ce dernier est plus de trois fois plus rapide dans un cas bruité. De plus sa complexité ne varie pas entre le cas non bruité et le cas bruité. Cela rejoint les commentaires concernant la complexité des méthodes émis en 1.4.



### 2.2.2.2 Etude quantitative

**Définitions** Nous considérons que les résultats obtenus par la méthode proposée qu'ils sont *stables* sous la condition suivante : les valeurs estimées ne changent pas quand la méthode est appliquée plusieurs fois sur la même image.

Soit  $p$  un paramètre,  $\hat{p}$  la valeur estimée de ce paramètre. On définit le biais  $b$  sur l'estimation de ce paramètre par :

$$b = |p - \hat{p}|$$

Lorsque  $K$  valeurs  $p_k$  de ce paramètre sont estimées on définit le biais moyen  $\bar{b}$  par :

$$\bar{b} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |p_k - \hat{p}_k|$$

Nous avons recherché les paramètres des droites sur une image test plusieurs fois, dans la même configuration. Les valeurs estimées présentées ont été obtenues vingt fois à partir de la même image.

**Valeurs réelles et estimées** Méthode de détermination des angles : Les valeurs réelles et les valeurs obtenues sont :

Valeurs réelles	-20	15	35
Valeurs estimées	-20.0175	15.0383	35.0311

Méthodes de détermination des offsets : Les valeurs reelles, et obtenues par le schéma de propagation à vitesse variable et l'extension de la transformée de Hough sont respectivement :

Valeurs réelles d'offset	30	190	150
Valeurs estimées par le schéma de propagation à vitesse variable	27.5393	191.9911	151.9839
Valeurs estimées par l'extension de la transformée de Hough	30.1044	190.8209	151.0848

**valeurs de biais** On considère quatre images, comportant chacune trois droites. Les valeurs d'angles et d'offsets considérées sont par exemple pour la première image :  $[-10 \ 20 \ 30]^\circ$ ,  $[70 \ 100 \ 130]$  pixels. Le tableau suivant donne pour chacune des images les valeurs moyennes de biais sur toutes les droites de l'image, ainsi que la moyenne de ces valeurs. Les lignes du tableau concernent respectivement l'estimation des angles, l'estimation des offsets par le schéma de propagation à vitesse variable et par l'extension de la transformée de Hough.

Valeurs moyennes de biais	Im1	Im2	Im3	Im4	Moyenne
angle	0.2184	0.1050	0.0331	0.0175	0.0935
Offsets schéma vitesse variable	2.2295	1.0398	2.2820	1.4948	1.7615
Offsets Extension Hough	1.0973	0.7330	0.8538	0.9185	0.9007

On note tout d'abord que la méthode employée sur l'extension de la transformée de Hough est plus lente que le schéma de propagation à vitesse variable. La valeur moyenne de biais sur les offsets est inférieure à deux pixels lorsque le schéma de propagation à vitesse variable est utilisé.

Les biais observés sur les valeurs obtenues par le schéma de propagation à vitesse variable proviennent des étapes de calcul matriciel de la méthode MFBLP. L'argument des zéros du polynôme calculé est légèrement biaisé à cause des erreurs de calcul numérique. Cet argument conduisant à la valeur des offsets, ceux-ci sont également biaisés.

### 2.2.2.3 Analyse qualitative des résultats

L'algorithme d'estimation des angles n'a pas d'influence globale sur la *rapidité* de la méthode. On préférera le schéma de propagation à vitesse variable si le critère de rapidité prime sur celui de la précision sur la valeur d'offset.

### 2.2.3 Série de tests

On a remarqué en début de ce chapitre que les valeurs d'angle et d'offset estimées peuvent parfois être biaisées, c'est-à-dire qu'une mauvaise valeur de pente ou d'offset peut être attribuée à une droite. Il est donc nécessaire de réaliser une série de tests, recouvrant des conditions expérimentales -valeurs d'orientation et d'offset- représentatives et relativement difficiles (images bruitées, images contenant un grand nombre de droites). L'objectif est de déterminer la proportion de valeurs pour lesquelles l'estimation n'est pas correcte. Le critère de décision employé est un seuil sur le biais entre la valeur réelle et la valeur estimée. Les résultats obtenus consisteront en une proportion de valeurs estimées non acceptables, c'est-à-dire le rapport du nombre de valeurs estimées non acceptables au nombre total de valeurs estimées. Une valeur d'angle est considérée comme acceptable si le biais obtenu sur cette valeur est inférieur à 2 degrés. Une valeur d'offset est considérée comme acceptable si le biais obtenu sur cette valeur est inférieur à 2 pixels.

Dans un premier temps on réalisera une étude relative au schéma de propagation à vitesse constante, en fixant des valeurs d'offsets. Dans un second temps les proportions de valeurs d'offsets non acceptables seront déterminées pour les méthodes de l'extension de la transformée de Hough et du schéma de propagation à vitesse variable, en fixant des valeurs d'orientation. Chacune des séries de tests est réalisée sur un ensemble de vingt images. Sauf indication contraire les images comportent deux droites. Pour chacun des paramètres on s'intéressera à cinq ensembles de conditions expérimentales différents. Ces conditions seront présentées et illustrées : Un exemple d'ensemble de paramètres correspondant à une image sera donné.

#### 2.2.3.1 Etude relative aux angles

Des valeurs quelconques d'offsets seront choisies lors de cette étude. Les valeurs d'orientation sont choisies successivement de la façon suivante :

- a) les valeurs d'angles sont grandes tout en étant inférieures à la valeur maximale acceptable, par exemple  $[15\ 35]^\circ$ .

- b) Les valeurs d'angles sont petites, par exemple [1 4]°
- c) Les valeurs d'angles sont grandes (par exemple [60 40]°) et l'image est bruitée par un pourcentage de 5 pour cent.
- d) L'image comporte quatre droites, les valeurs d'angle sont grandes.
- e) L'image comporte trois droites -les valeurs d'angle étant grandes- et est bruitée par un pourcentage de 5 pour cent.

Le tableau suivant donne la proportion de valeurs d'angle estimées non acceptables pour chacun des cas d'étude :

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
	0	0.08	0.20	0.13	0.19

### 2.2.3.2 Etude relative aux offsets

Les valeurs d'offset seront choisies successivement de la façon suivante :

- a) Valeurs d'offsets uniformément réparties, par exemple [100 150].
- b) Valeurs d'offsets proches (valeurs d'offsets séparées de 5 pixels ou moins), par exemple [25 30]
- c) Image bruitée à 5 pour cent, avec les conditions du a).
- d) Grand nombre de droites (4 droites dans l'image), et valeurs d'offsets uniformément réparties, par exemple [20 50 100 150].
- e) Nombre important de droites (3) et pourcentage de bruit de 5 pour cent. Les valeurs d'offsets uniformément réparties, par exemple [100 150 180].

On se penchera successivement sur le cas de l'utilisation de l'extension de la transformée de Hough, puis sur l'utilisation du schéma de propagation à vitesse variable.

### Méthode extension de la transformée de Hough

Le tableau suivant donne la proportion de valeurs d'offset estimées non acceptables pour chacun des cas d'étude :

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
	0	0	0.43	0.59	0.38

### Méthode schéma de propagation à vitesse variable

Le tableau suivant donne la proportion de valeurs d'offset estimées non acceptables pour chacun des cas d'étude :

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
	0.29	0.28	0.62	0.65	0.63

### 2.2.3.3 Commentaires des résultats et conclusion

L'estimation des valeurs d'orientation est réalisée correctement lorsque l'image est non bruitée, même lorsqu'elle contient un grand nombre de droites ou que les valeurs des angles

sont petites. La proportion de valeurs non acceptables est nulle ou inférieure à quinze pour cent dans ces cas-là. Le pourcentage de valeurs non acceptables (20 pour cent) reste correct pour des images bruitées.

Les performances des méthodes de détermination des offsets sont bonnes pour les cas les moins difficiles. Pour les conditions a) et b) la proportion de valeurs non acceptables est nulle lorsque l'extension de la transformée de Hough est utilisée, et inférieure à 0.3 lorsque le schéma de propagation à vitesse variable est utilisé. Dans des cas difficiles les proportions de valeurs non acceptables sont plus élevées pour l'une et l'autre méthode.

Il est nécessaire de prendre en compte dans le cas de la transformée de Hough la place mémoire nécessaire au stockage des coordonnées des pixels "utiles". La donnée de ces coordonnées est nécessaire au calcul des valeurs du sinnogramme. Ce problème n'apparaît pas pour la méthode du schéma de propagation à vitesse variable.

#### 2.2.4 Etude quantitative : bilan

La première partie de l'étude, donnant les résultats numériques correspondant à quelques images, a permis de mettre en valeur la *rapidité de l'algorithme du schéma de propagation à vitesse variable*, notamment dans des cas bruités. A suivi une série de tests qui se veut exhaustive car traitant plusieurs situations classiques que l'on peut rencontrer lorsque une image est traversée par quelques droites. Il en découle que si l'on s'en tient à la probabilité d'obtention d'une valeur d'offset non acceptable, il est préférable d'utiliser l'extension de la transformée de Hough dans les cas les moins difficiles. Tout en sachant cependant que des résultats acceptables sont obtenus avec le schéma de propagation.

### 2.3 Mise en oeuvre de l'algorithme : application aux images en niveaux de gris

D'après les conventions utilisées pour adapter le traitement d'images au traitement d'antenne, le fond blanc d'une image binaire ne contribue pas aux signaux obtenus par les capteurs, car les valeurs de pixel correspondantes sont nulles. Dans le cas d'une image à niveaux de gris tous les niveaux sont pris en compte et il est nécessaire de supprimer les zones de fond continu quel que soit leur niveau de gris. L'image est donc *prétraitée par un opérateur gradient* [3]. On montrera l'influence de cette opération sur l'estimation des angles par la méthode du schéma de propagation à vitesse constante, et sur les méthodes d'estimation des offsets. Une mise en oeuvre comprenant le schéma de propagation à vitesse variable permettra d'apprécier la qualité de l'amélioration qui découle de ce prétraitement. Des images réelles seront notamment exploitées.

#### 2.3.1 Le modèle utilisé

##### 2.3.1.1 Influence sur la méthode de détermination des angles

Le formalisme adopté dans le schéma de propagation à vitesse constante peut être généralisé au problème des images en niveaux de gris. On propose une extension simple du modèle : un pixel d'une ligne contribue au signal reçu par le capteur associé à la ligne par la

valeur du gradient en ce pixel.

D'un point de vue qualitatif une procédure de gradient ou de rehaussement de contour atténue la contribution du fond continu, les signaux obtenus ne dépendent donc que des ruptures de niveaux de gris dans l'image. D'un point de vue mathématique, on montre que lorsque l'image considérée n'est pas binaire on peut retrouver pour les signaux une forme similaire à ceux obtenus dans un cas binaire.

Considérons une image traversée par une droite d'offset  $x_0$ . Si la valeur du gradient dans la première ligne est représentée par la fonction  $f(x)$ , on pose  $f(x) = g(x - x_0)$ ,  $g$  est une fonction obtenue à partir de  $f$  par décalage qu'il est judicieux d'introduire. Le capteur en face de la première ligne recevra :

$$\begin{aligned} z(0) &= \sum_{x=0}^{N-1} \exp(-j\mu x) f(x) \\ &= \sum_{x=0}^{N-1} \exp(-j\mu x) g(x - x_0) \\ &= \exp(-j\mu x_0) \sum_{x=0}^{N-1} \exp(-j\mu x) g(x) \end{aligned}$$

Le terme somme nous invite à introduire une transformée de Fourier dans l'expression de  $z(0)$ .

$$\sum_{x=0}^{N-1} \exp(-j\mu x) g(x) = N * \frac{1}{N} * \sum_{x=0}^{N-1} \exp(-j \frac{2 * \pi}{N} * \frac{\mu N x}{2 * \pi}) g(x) = N * G(\frac{\mu N}{2 * \pi})$$

Où  $G$  est tel que  $(G(0), G(1), \dots, G(N - 1))$  constitue la transformée de Fourier discrète de la suite  $(g(0), g(1), \dots, g(N - 1))$ .

Finalement

$$z(0) = \exp(-j\mu x_0) * N * G(\frac{\mu N}{2 * \pi})$$

Pour une valeur de  $\mu$  fixée, on pose

$$C(\mu) = N * G(\frac{\mu N}{2 * \pi})$$

On obtient :

$$z(0) = C(\mu) * \exp(-j\mu x_0)$$

La valeur du gradient à la ligne  $y$  peut être représentée par  $g(x - x_0 + y \tan(\theta))$ , et le capteur en face de cette ligne recevra :

$$z(y) = \sum_{x=0}^{N-1} \exp(-j\mu x) g(x - x_0 + y \tan(\theta))$$

$$\begin{aligned}
&= \exp(-j\mu x_0) \exp(j\mu y \tan(\theta)) \sum_{x=0}^{N-1} \exp(-j\mu x) g(x) \\
&= \exp(-j\mu x_0) \exp(j\mu y \tan(\theta)) C(\mu)
\end{aligned}$$

La seule différence entre cette équation et celle obtenue dans le cas des images binaires est l'apparition du facteur constant  $C(\mu)$  comme amplitude du signal reçu. Ce constat montre que des procédures identiques à celles utilisées pour les images binaires peuvent être employées pour des images à niveaux de gris rehaussées par un opérateur gradient. Une variante de la méthode consiste à utiliser un opérateur Laplacien au lieu d'un gradient simple. C'est un prétraitement qui ne supprime pas les droites horizontales et verticales.

### 2.3.1.2 Influence sur la méthode de détermination des offsets

L'influence de l'application du gradient sur le schéma de propagation à vitesse variable est analogue à celle de son application au schéma de propagation à vitesse constante. L'application du gradient permet par la méthode de l'extension de la transformée de Hough de ne dénombrer que les pixels correspondant à une rupture de niveau de gris, donc à une ligne dans l'image quelle que soit la différence de niveau de gris entre les deux régions délimitées.

### 2.3.2 Simulations

Nous avons utilisé des images dont les niveaux de gris sont codés sur huit bits (256 niveaux de gris), de taille 200 par 200 pixels. Les deux premières images en niveaux de gris qui ont été traitées par la méthode HRSP adaptée aux niveaux de gris présentent des régions uniformes. Dans chacun des cas seront présentées l'image de départ, l'image gradient, le résultat de l'estimation. Deux images différentes sont employées. Elles sont dans un premier temps non bruitées, puis bruitées (cinq pourcent des pixels de l'image sont noircis aléatoirement).

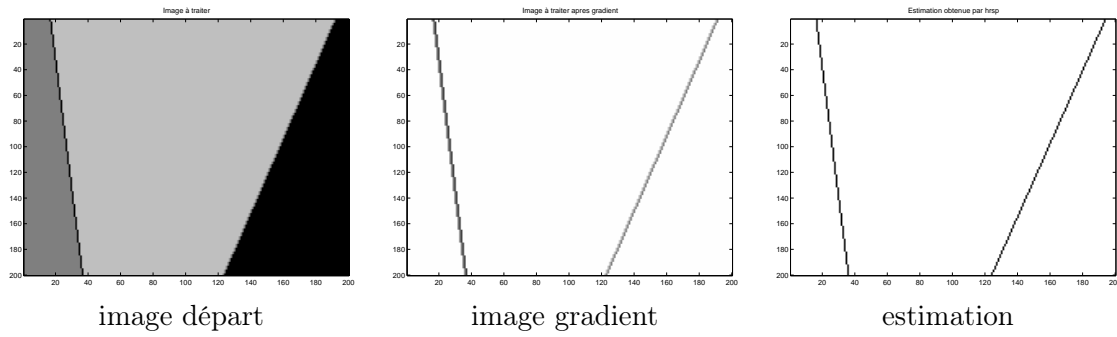


Figure 2.12 — Première image en niveaux de gris

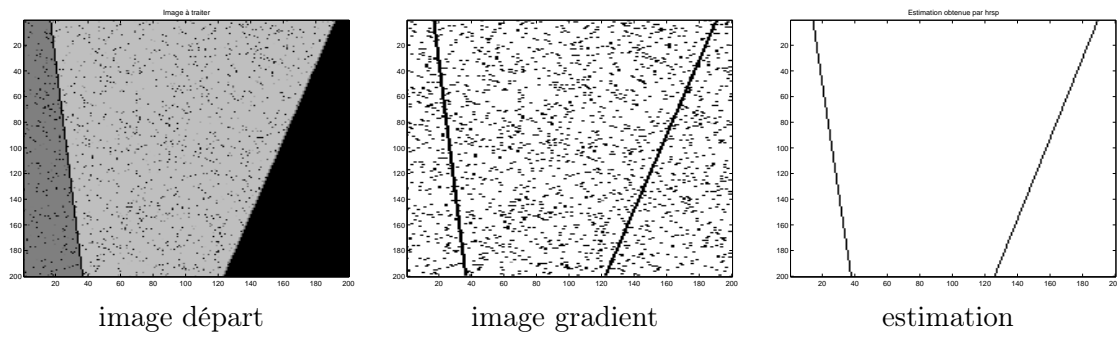


Figure 2.13 — Première image bruitée en niveaux de gris

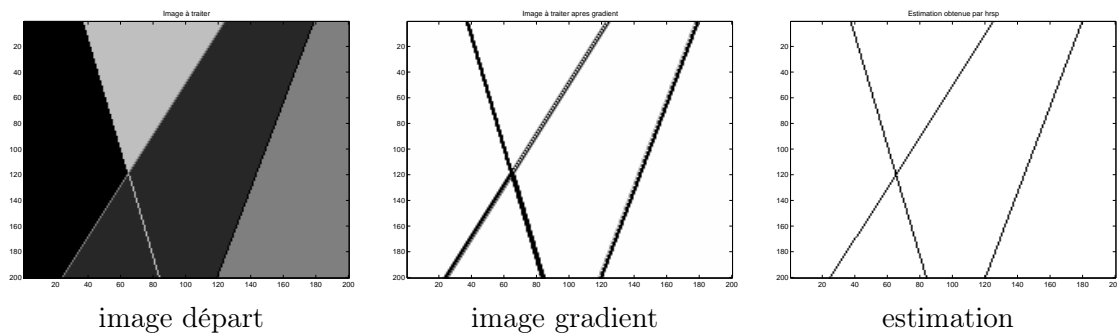


Figure 2.14 — Seconde image en niveaux de gris

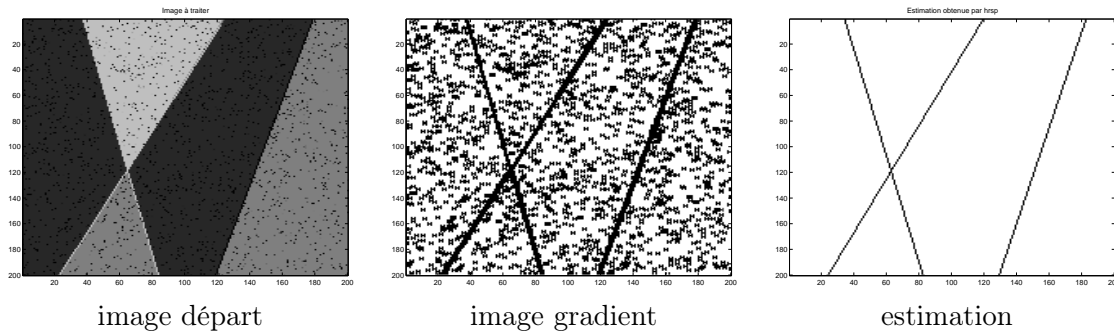


Figure 2.15 — Seconde image bruitée en niveaux de gris

Les résultats obtenus sur des images non bruitées montrent que les droites sont retracées quel que soit leur niveau de gris. Dans le cas des images bruitées le gradient appliqué entraîne une extension des pixels de bruit, ce qui n'empêche pas la méthode de retrouver correctement les droites. La segmentation de ces images par recherche de droites a donc donné des résultats de bonne qualité, ce qui est conforme aux résultats déjà présentés sur des images binaires.

### 2.3.3 Images réelles

#### 2.3.3.1 Introduction

Un avantage de la méthode du schéma de propagation provient des caractéristiques de sa complexité. Celle-ci ne dépend que linéairement du nombre de pixels de valeur non nulle dans l'image. De plus cette méthode ne pose pas de problèmes de place mémoire. Elle peut donc être appliquée à des images réelles.

#### 2.3.3.2 Résultats obtenus

La méthode a été appliquée sur des images réelles de voie ferrée (figure 2.16). L'objectif de cette partie est de montrer que la méthode créée peut répondre à des besoins pratiques en suivi automatique de trajectoire par exemple. En l'occurrence l'objectif est de rechercher la position des rails.

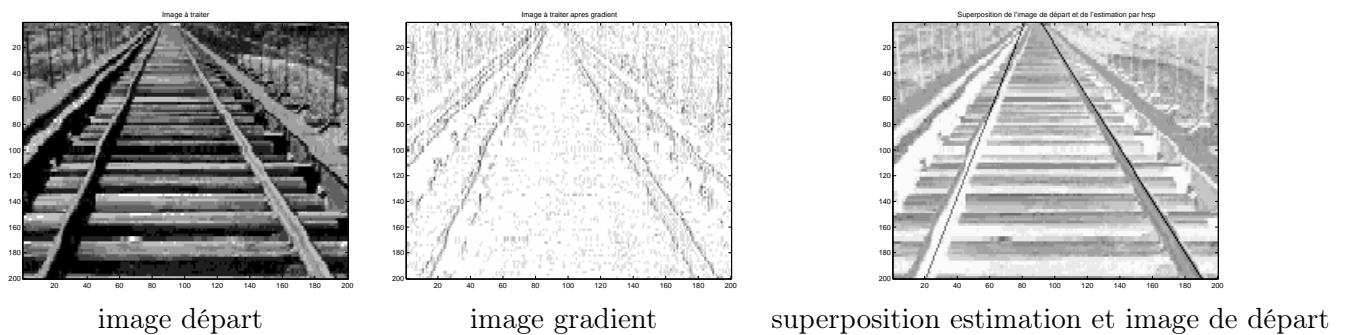


Figure 2.16 — Voie ferrée



L'image est prétraitée par un gradient horizontal, puis les méthodes d'estimation des angles et des offsets est mise en oeuvre. La figure 2.16 montre que les deux rails de la voie sont retracés correctement. La méthode est donc valide sur un tel type d'images.

### 2.3.4 Les images en niveaux de gris : un bilan

Les procédures fondées sur un schéma de propagation à vitesse constante ou variable sont donc opérationnelles sur des images en niveaux de gris lorsqu'un formalisme légèrement différent de celui donné en 1.2.1.2 est choisi pour représenter les images. Toutes les valeurs de niveau de gris doivent en effet être retenues afin que les droites noires (correspondant à un niveau de gris nul) ne soient pas les seules détectées. La complexité numérique du schéma de propagation à vitesse variable restant relativement faible pour des images ne comportant pas des zones de fond uniformes, des images réelles ont été traitées.

## 2.4 Détection de contours d'objets

### 2.4.1 Introduction

L'objectif de cette section est de montrer que HRSP est capable de segmenter des objets de forme géométrique par la caractérisation de segments de droites. Dans un premier temps on montre que l'on peut caractériser des segments de droites dans l'image, dans un second temps on applique la méthode à la segmentation d'objets.

### 2.4.2 Détection de segments de droites dans des images

#### 2.4.2.1 Méthode

La technique employée repose sur l'utilisation de plusieurs positions d'antenne (se reporter à 1.2.1.1). Pour une position d'antenne donnée, les étapes suivantes permettent de se placer dans un contexte favorable à l'application de la méthode :

- On recale l'image de façon à ce que l'une des droites touche le côté de l'image adjacent et supérieur à l'antenne. Le recalage est effectué en détectant le pixel de l'objet à détecter qui est le plus proche de ce côté.
- La méthode HRSP est appliquée, en prenant en compte le nombre total de droites présentes dans l'image (non pas seulement celle qui touche un des côtés de l'image).
- L'image estimée est recalée d'après la valeur du premier décalage.

Cette procédure est répétée pour plusieurs positions d'antenne, de façon à ce que chacune des droites intersecte pour l'une des positions d'antenne un côté de l'image.

#### 2.4.2.2 Résultats obtenus :

Pour une image contenant deux et trois droites (figure 2.17) on a utilisé deux positions d'antenne dans le cas de la première image, trois positions dans le cas de la seconde.

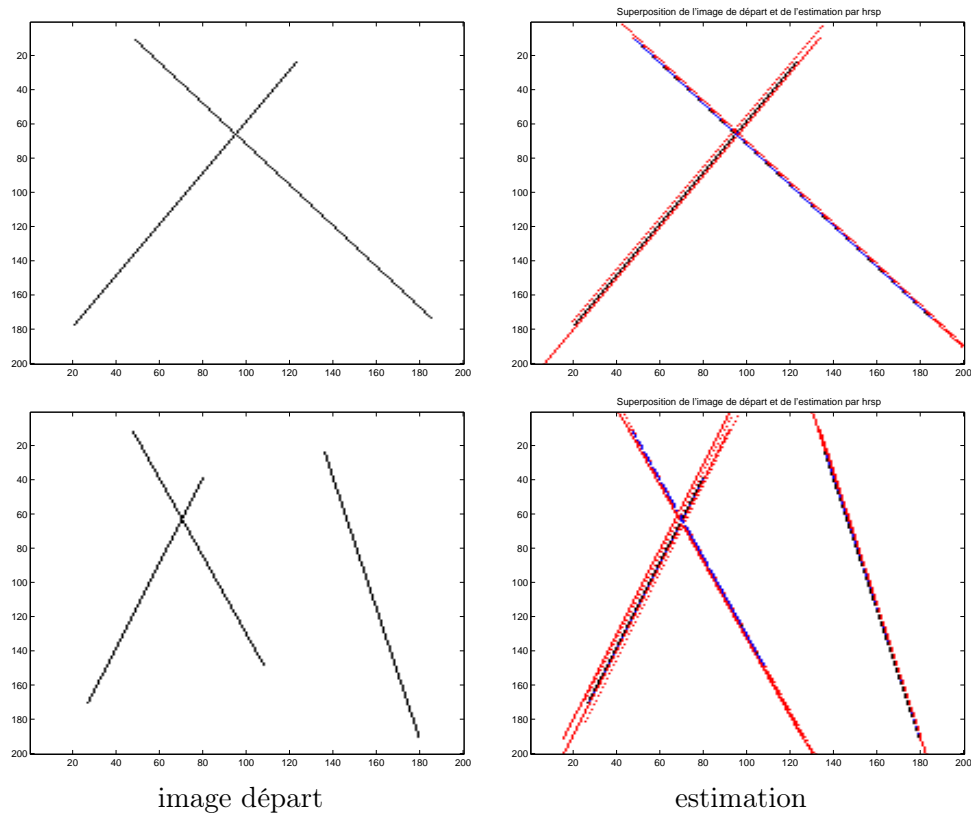


Figure 2.17 — Deux et trois droites isolées

Toutes les droites sont retrouvées, les droites excédentaires sont dues à la redondance des positions d'antenne pour certaines droites, qui peuvent être trouvées pour chacune des positions d'antenne employées.

### 2.4.3 Détection de contours d'objets

#### 2.4.3.1 Méthode

Le principe de la méthode de caractérisation d'objets est analogue à celui de la méthode de détection de droites. L'utilisation successive des quatre positions d'antenne permet de couvrir tous les côtés de l'objet. Lorsque plusieurs objets sont présents dans l'image celle-ci est divisée en plusieurs sous-images qui sont traitées indépendamment.

### 2.4.3.2 Résultats obtenus

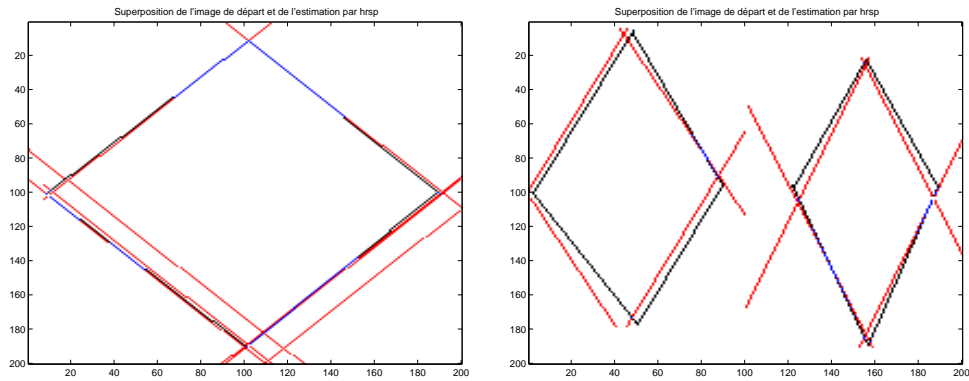


Figure 2.18 — Un objet et deux objets isolés

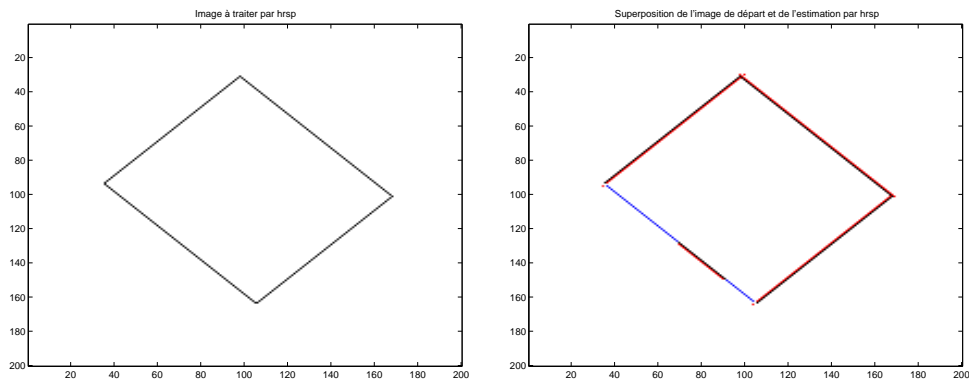


Figure 2.19 — Un objet isolé, superposition de l'objet et du résultat de la segmentation

Comme le montre les figures 2.18 et 2.19 chacun des côtés de la forme géométrique considérée est retrouvé, ce qui permet de caractériser entièrement l'objet à segmenter.

#### 2.4.4 Conclusion

On a créé une technique permettant d'adapter la méthode HRSP au cas des objets isolés. Cette méthode repose sur un prétraitement de l'image par translation. Les résultats obtenus sur des segments de droites et des objets isolés montrent que cet algorithme est performant. Cette méthode permet de réaliser une détection de contours d'objets isolés de bonne qualité.

### 2.5 Adaptation de l'algorithme HRSP à des images couleur

Dans le cadre de l'adaptation des méthodes de traitement d'antenne au traitement d'image on a souhaité montrer que la méthode HRSP peut être étendue à des images couleur. Quelques précisions théoriques concernant la représentation des images couleur et le principe de la méthode utilisée seront donnés avant d'être détaillés et adaptés à des cas complexes dans une partie expérimentale.

#### 2.5.1 Quelques précisions théoriques

##### 2.5.1.1 Introduction

Le mode de représentation des images couleur employé par défaut par le logiciel de traitement est celui de la décomposition RGB (Red Green Blue). C'est un système trichromique, c'est-à-dire que trois matrices correspondant chacune à une couleur sont utilisées pour définir l'image. C'est celle qui servira lors de cette application aux images couleur.

Les objectifs de la version adaptée de l'algorithme HRSP sont donc de retrouver des droites dans une image couleur, quelle que soit la couleur de ces droites. Cette version doit également être capable de retracer les droites obtenues dans une couleur aussi proche que possible de leur couleur originale.

##### 2.5.1.2 Description de la méthode

L'image couleur de départ est décomposée en ses trois composantes dans la base RGB. L'algorithme HRSP est ensuite appliqué à chacune de ces trois composantes et l'image estimée est reconstruite à partir du résultat obtenu sur les trois composantes.

#### 2.5.2 Résultats expérimentaux

##### 2.5.2.1 Plan d'étude

Il est important de comprendre le mode de représentation d'une image couleur et d'adapter les conventions de l'algorithme à ce mode de représentation, en l'occurrence on a choisi le mode RGB. On s'intéressera aux conventions qu'il est nécessaire d'adopter en fonction du type d'image couleur que l'on souhaite traiter ; on illustrera les résultats obtenus grâce à la méthode par des estimations obtenues à partir de différents types d'images couleur.

### 2.5.2.2 Conventions et représentation des images

La modification des valeurs de pixels qui permet de satisfaire aux conventions adoptées (voir 1.2.1.2) est éventuellement réalisée sur *chacune* des composantes de couleur. Dans le cas d'une image à fond noir la valeur des pixels n'a pas à être modifiée pour satisfaire aux conventions de la méthode. Ce type d'image donne un résultat parfait quant à la conservation de la couleur des droites, comme le montre la figure 2.20. Or par souci de cohérence avec le traitement des images binaires et en niveaux de gris on souhaite utiliser des images à fond blanc. Le prétraitement consistant à prendre le négatif de l'image est alors appliqué. On note qu'alors une droite de couleur primaire (dont deux composantes de couleur sont nulles) correspondra à deux droites à détecter, dans les composantes complémentaires à sa couleur. Ce cas est illustré par la figure 2.21. Une droite de couleur secondaire (correspondant à des valeurs non nulles sur deux composante) donne lieu après prétraitement à la présence d'une droite dans une seule composante. Ce cas est illustré par la figure 2.22.

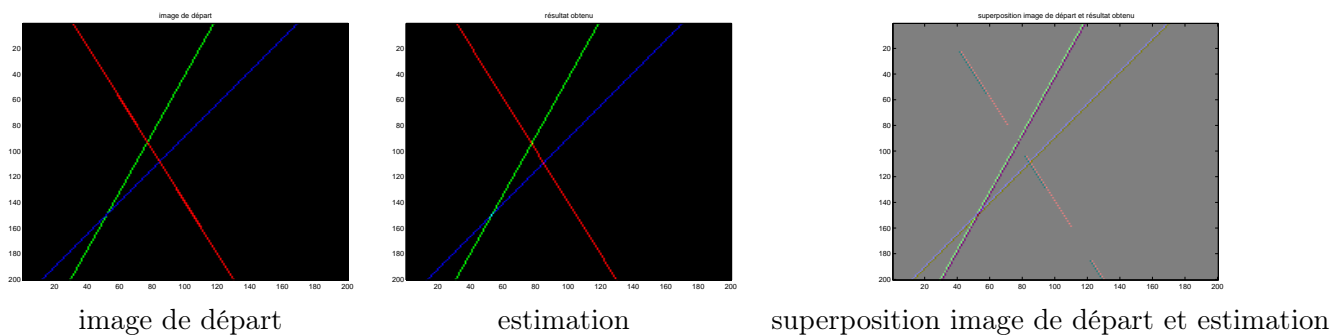


Figure 2.20 — Image couleur à fond noir

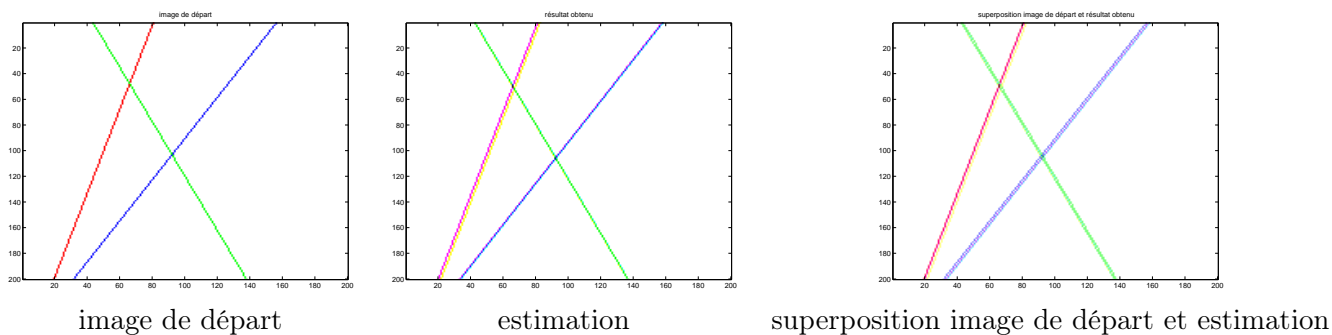


Figure 2.21 — Image couleur à fond blanc et droites de couleur primaire

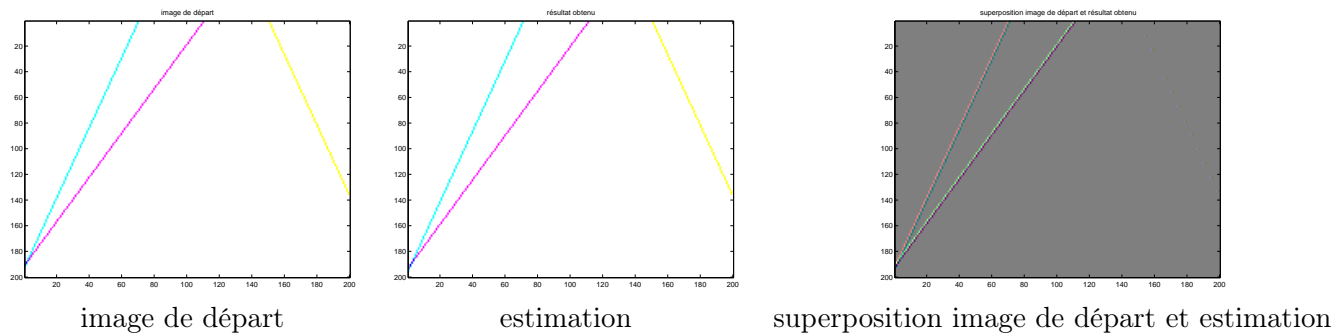


Figure 2.22 — Image couleur à fond blanc

### 2.5.2.3 Application de la méthode à divers cas pratiques

L'objectif est ici de présenter les résultats obtenus sur des cas qui peuvent être rencontrés, et de préciser le cas échéant les prétraitements qui leur correspondent. Dans chaque exemple une composante estimée est une matrice-image binaire. Les droites, dans les images estimées, sont donc de couleur noire, secondaire, ou primaire.

La première image (figure 2.23) contient des droites de couleur tertiaire (correspondant à des valeurs non nulles sur chaque composante). Chacune des composantes couleur présente alors trois droites.

La seconde image (figure 2.24) présente un fond coloré. Dans ce cas-là un gradient est appliqué à chaque composante couleur, tel que pour une image à niveaux de gris.

La troisième image (figure 2.25) est bruitée. Le bruit a dans ce cas moins d'influence sur le traitement que dans une image binaire : Les pixels de couleur primaire ou secondaire ne donnent pas lieu à des pixels de bruit sur toutes les composantes.

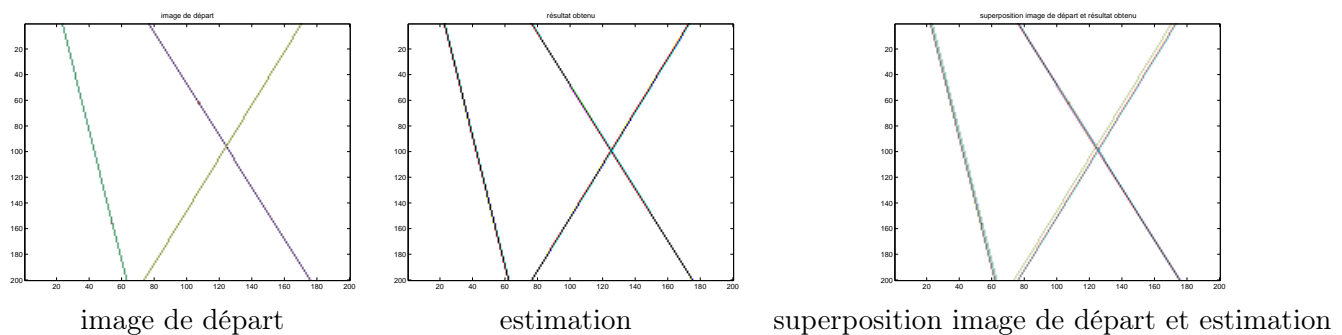


Figure 2.23 — Image couleur à fond blanc et droites de couleur quelconque

Lors de cette adaptation de HRSP à des images couleur, le choix d'un mode de représentation des images est une première étape cruciale. Lors de la mise en oeuvre des méthodes il

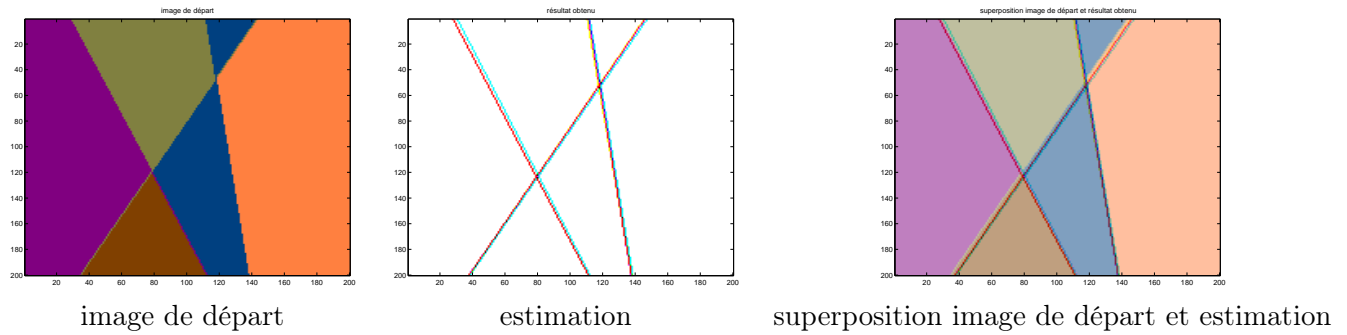


Figure 2.24 — Image couleur à fond coloré

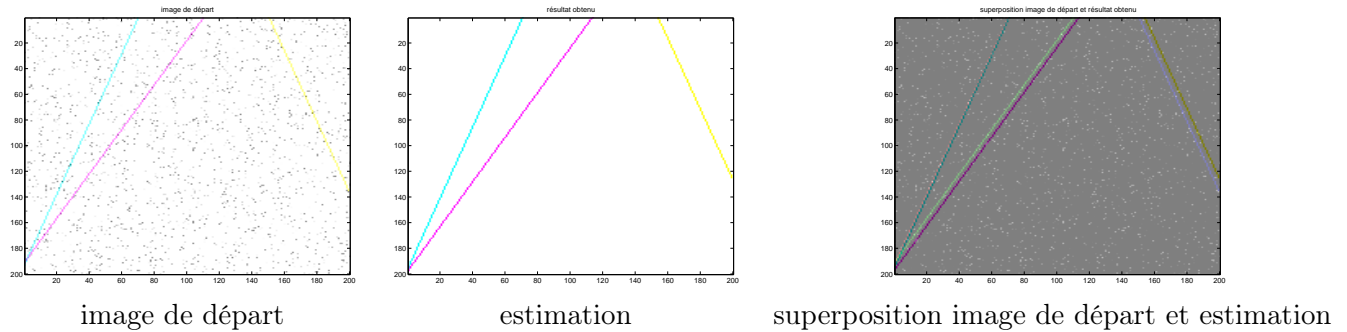


Figure 2.25 — Image couleur bruitée

est nécessaire de comprendre que le respect des conventions établies implique un changement dans la répartition d'une droite selon les composantes couleur. Les résultats obtenus peuvent être meilleurs que dans le cas des images binaires, notamment dans le cas des images bruitées. Le mode de représentation adopté est celui des composantes RGB. Il pourrait être intéressant d'étudier un autre mode de représentation des images couleur.

## Conclusion

Ce chapitre a été dédié à la mise en oeuvre de la méthode HRSP, et plus particulièrement à l'étude des performances du schéma de propagation à vitesse variable. On a montré que cette méthode permet de résoudre le cas des droites parallèles, on a expliqué comment faire face à certains cas difficiles. On a déterminé expérimentalement la rapidité des algorithmes dans les cas non bruité et bruité. Une étude numérique a permis de déterminer par une série de tests les performances des procédures d'estimation des orientations et des offsets des droites. La méthode HRSP incluant le schéma de propagation à vitesse variable a ensuite été adaptée. Un prétraitement par gradient a permis d'appliquer la méthode HRSP aux images en niveaux de gris. La complexité numérique du schéma de propagation à vitesse variable n'est pas conditionnée par le nombre de pixels de valeur non nulle dans l'image. Cela a permis son adaptation à des images réelles de texture complexe. On s'est intéressé ensuite à la caractérisation d'objets isolés dans des images ; puis, en adoptant la représentation Red Green Blue et en appliquant la méthode à chacune des composantes, HRSP a été appliquée à des images couleur.

---

# Conclusion et perspectives

L'objectif de ce stage de DEA était de montrer que l'on peut appliquer des méthodes de traitement d'antenne au problème de l'estimation de droites dans une image. Lors de ce stage, la mise en oeuvre de méthodes originales et l'élaboration de ce rapport ont été motivées par le désir de comprendre des techniques de traitement d'antenne et de les appliquer à un problème de traitement d'images. La description d'un problème de traitement d'antenne et de son application à la détection de droites dans des images, la présentation du principe de plusieurs méthodes Haute Résolution, ont permis d'aboutir à l'ensemble "Haute Résolution et Schéma de Propagation". Les fondements théoriques de cet ensemble de méthodes ont été expliqués. Des algorithmes appliqués aux signaux obtenus par deux schémas de propagation différents fournissent respectivement la valeur des orientations et des offsets des droites. On a expliqué le "schéma de propagation à vitesse constante"- et l'"extension de la transformée de Hough". Une importance particulière a été accordée au "schéma de propagation à vitesse variable". On s'est ainsi intéressé aux apports de cette méthode du traitement d'antenne. Le deuxième chapitre présente les diverses applications et extensions de la méthode HRSP. Celle-ci a été adaptée à différents types d'images. L'application d'un gradient et du schéma de propagation à vitesse variable a permis le traitement d'images réelles. La recherche de droites pour la segmentation par régions a donné sous certaines configurations des résultats qui sont comparables à des méthodes de segmentation classiques. L'ensemble HRSP incluant cette méthode a également été adapté à la caractérisation d'objets isolés et à des images couleur.

La méthode "schéma de propagation à vitesse variable" qui a été créée est performante au regard de son aptitude à traiter un cas difficile tel que celui des droites parallèles, et de sa rapidité dans le cas où la texture de l'image est complexe. De nouvelles solutions pourraient être trouvées pour faire face à des cas difficiles ; l'ensemble HRSP pourrait être adapté à un traitement d'images en temps réel. Une adaptation à la 3D est également envisageable.



# A

---

## Titre de l'annexe 1

### A.1 Organigramme

La figure A.1 représente de façon synthétique les fonctions de l'ensemble HRSP.

### A.2 Glossaire

**Antenne** : ensemble de capteurs qui peuvent être agencés selon une géométrie particulière.

**Méthode haute résolution** : Les méthodes à haute résolution en traitement d'antenne et en analyse spectrale traitent les problèmes de localisation de sources émettant de l'énergie dans un milieu de propagation à partir d'observations mesurées sur un réseau de capteurs et les problèmes de détection et d'estimation des composantes fréquentielles d'un signal, elles conduisent à une certaine amélioration par rapport aux méthodes traditionnelles.

**Méthode d'analyse spectrale paramétrique** : méthode de détermination du contenu spectral d'un signal, prenant en compte une information à priori telle que le nombre de fréquences pures dans le signal.

**Schémas de propagation à vitesse constante et variable** : formalisme selon lequel on fait l'acquisition de signaux par une antenne fictive placée sur le côté d'une image.

**Méthode ESPRIT** : Estimation of Signal Parameters by Rotationnal Invariance Techniques. La méthode TLS-ESPRIT propose une solution à l'estimation de paramètres en employant un critère des moindres carrés.

**Modified Forward Backward Linear Prediction** : Méthode de prédiction linéaire modifiée directe rétrograde. Procédure haute résolution de détermination de fréquence adaptée aux données de longueur courte.

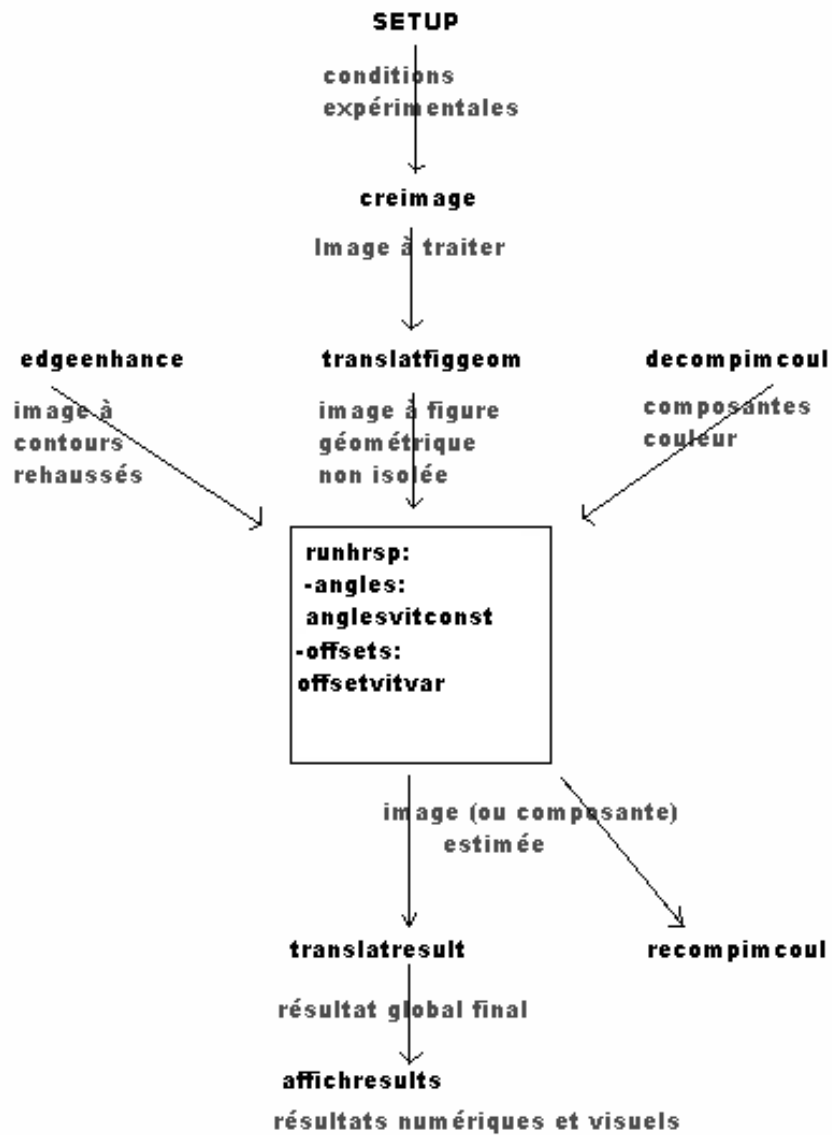
**HRSP**

Figure A.1 — Organigramme de HRSP

# B

---

## Méthodes ESPRIT, extension de la transformée de Hough et Modified Backward Forward Linear Prediction

Cette annexe présente un organigramme de la méthode ESPRIT incluse dans le schéma de propagation à vitesse constante ; cette annexe détaille les procédures liées à la détermination des offsets : l'extension de la transformée de Hough, et de la méthode "Modified Backward Forward Linear Prediction" incluse dans le schéma de propagation à vitesse variable.

### B.1 La méthode ESPRIT

Lissage spatial : création de  $P$  vecteurs-signal,  $P = N + 1 - M$ . ↓

Matrice d'observation

$$Z_P = A(\Theta) \cdot S_P + N_P$$

↓

Calcul d'une matrice de covariance

$$R_{zz}$$

↓

SVD

$$R_{zz} = E_s \Lambda_s E_s^H + E_n \Lambda_n E_n^H = E \Lambda E^H$$

↓

Estimation de la dimension du sous-espace signal par critère MDL (figure B.1). ↓

Application de la méthode TLS-ESPRIT :

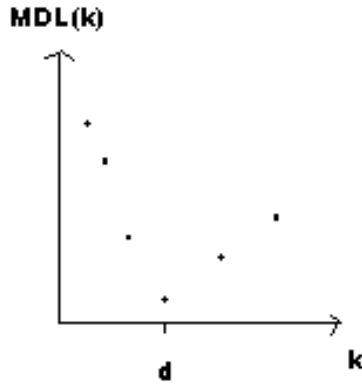


Figure B.1 — Critère MDL

- Sélection des  $d$  premiers vecteurs colonne de  $E$ , ils correspondent au signal : estimation de  $\hat{E}_s$ .
- Exploitation de la structure "double-antenne" : formation de  $\hat{E}_1, \hat{E}_2$  :  $M-1$  premières (resp. dernières) lignes de  $E$ .
- Détermination d'une solution "moindres carrés totaux" pour les délais de propagation entre les deux sous-antennes. La valeur des orientations  $\theta_k$  est déduite des valeurs de délai de propagation : On forme la décomposition en valeurs propres de la matrice  $2d \times 2d$  :

$$F \Lambda F^H = \begin{bmatrix} \hat{E}_1^H \\ \hat{E}_2^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_1 & \hat{E}_2 \end{bmatrix}.$$

$F$  est partitionnée en sous matrices  $d \times d$ ,

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix}$$

Soient  $\lambda_k, k=1,2,\dots,d$  les valeurs propres de  $-F_{12}F_{22}^{-1}$ . Les angles sont donnés par :

$$\hat{\theta}_k = \tan^{-1} \left[ \frac{1}{(\mu\Delta)} \text{Im} \left( \ln \left( \frac{\lambda_k}{|\lambda_k|} \right) \right) \right]$$

## B.2 Les méthodes relatives à la détermination des offsets

On rappelle que l'on dispose après application du schéma de propagation à vitesse variable des valeurs d'orientation  $\theta_k$  des droites de l'image.

### B.2.1 Extension de la transformée de Hough

Les paramètres  $\rho_k$  associés aux valeurs d'orientation  $\theta_k$  sont estimés en projetant l'image selon la direction  $\theta_k$  et en recherchant un maximum :

$$\rho_k = \operatorname{argmax}_{\rho \leq \sqrt{2}N} \sum_{i=1}^{i=N_p} c(\rho - x_i \cos \theta_k - y_i \sin \theta_k) \quad k = 1, \dots, d \quad (\text{B.1})$$

Où  $d$  est le nombre total de droites,  $N_p$  le nombre de pixels à 1 contenus dans l'image et  $c$  est la fonction réelle définie par :

$$c(r) = \begin{cases} \cos(\pi/2 * r/R) & \text{si } |r| < R; \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Où  $R$  est un paramètre de largeur. On remarque que la fonction  $c$  a une forme proche de la fonction delta de Dirac qui n'existe que d'un point de vue conceptuel.

On obtient les offsets d'après la connaissance des angles, par la relation

$$\rho_k = x_0 \cos \theta_k$$

La dénomination "extension" de la transformée de Hough est apparue pour la raison suivante : La transformée de Hough revient à détecter les intersections de courbes dans un plan  $(\rho, \theta)$ . Son extension revient à détecter des maxima dans un graphe à trois dimensions. Ces maxima sont ceux de la fonction de sommation des valeurs de pixel, tracée pour toutes les valeurs de  $\rho$  et  $\theta$ . Dans le cas précis de l'application considérée les valeurs des pentes des droites sont connues donc on ne considère la valeur des sommations qu'en fonction des valeurs de la coordonnée radiale, et pour une valeur de  $\theta$  fixée.

### B.2.2 La méthode MFBLP

Un schéma de propagation à vitesse variable et une opération de division ont permis d'obtenir les signaux notés  $w$  contenant l'information relative aux offsets des droites.

Cette méthode est applicable dans le cas où les signaux sont reçus par une antenne linéaire uniforme. Si  $N$  est le nombre de capteurs le vecteur des signaux reçus est de la forme :

$$W = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(j\omega_k) \\ \exp(j * 2\omega_k) \\ \exp(j * 3\omega_k) \\ \vdots \\ \exp(j * (N - 1)\omega_k) \end{bmatrix}$$

où  $\omega_k$  est la fréquence à déterminer. Dans le cas où il existe plusieurs fréquences (c'est le cas s'il existe plusieurs valeurs d'offsets pour une direction donnée), le vecteur signal reçu est de la forme :

$$W = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(j\omega_1) \\ \exp(j * 2\omega_1) \\ \exp(j * 3\omega_1) \\ \vdots \\ \exp(j * (N - 1)\omega_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(j\omega_2) \\ \exp(j * 2\omega_2) \\ \exp(j * 3\omega_2) \\ \vdots \\ \exp(j * (N - 1)\omega_2) \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(j\omega_P) \\ \exp(j * 2\omega_P) \\ \exp(j * 3\omega_P) \\ \vdots \\ \exp(j * (N - 1)\omega_P) \end{bmatrix}$$

Où P est le nombre total de sources (en l'occurrence  $d_k$  droites d'une direction d'indice  $k$  donnée). En appliquant une méthode d'analyse spectrale on peut retrouver la valeur des fréquences. Il est difficile d'appliquer une transformée de Fourier discrète car la longueur du signal est insuffisante pour aboutir à une bonne résolution en fréquence, en revanche la méthode MFBLP est une méthode Haute Résolution adaptée. Les étapes de la méthode sont les suivantes :

1) Pour un vecteur donnée W on forme la matrice Q de taille  $2 \times (N - L) \times L$  :

$$Q = \begin{bmatrix} W_{L-1} & W_{L-2} & \dots & W_0 \\ W_L & W_{L-1} & \dots & W_1 \\ W_{L+1} & W_L & \dots & W_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{N-2} & W_{N-3} & \dots & W_{N-L-1} \\ W_1^* & W_2^* & \dots & W_L^* \\ W_2^* & W_3^* & \dots & W_{L+1}^* \\ W_3^* & W_4^* & \dots & W_{L+2}^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W_{N-L}^* & W_{N-L+1}^* & \dots & W_{N-1}^* \end{bmatrix}$$

La création de cette matrice revient à ordonner la donnée du signal W d'une façon particulière, remontant selon les colonnes des derniers aux premiers échantillons du signal dans le haut de la matrice, et descendant des premiers aux derniers échantillons du signal dans le bas de la matrice.

On construit aussi le vecteur de taille  $2 \times (N - L) \times 1$  :

$$h = \begin{bmatrix} W_L \\ W_{L+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ W_{N-1} \\ W_0^* \\ W_1^* \\ \cdot \\ \cdot \\ W_{N-L-1}^* \end{bmatrix}$$

L doit être choisi pour satisfaire à l'inégalité :

$$P \leq L \leq N - P/2$$

2)Former la décomposition en valeurs singulières de Q :

$$Q = U \Lambda V^H$$

3)On forme la matrice  $\Sigma$  en fixant à 0 les L-P plus petites valeurs singulières contenues dans  $\Lambda$ .

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_P & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & & 0 & 0 & & 0 \end{bmatrix}$$

4)On forme le vecteur g d'après le calcul matriciel suivant :

$$g = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ g_L \end{bmatrix} = -V * \Sigma' * U^H h$$

La pseudo-inverse de  $\Sigma$ , notée  $\Sigma'$ , est obtenue en inversant les éléments non nuls qu'elle contient et en la transposant.

5) On détermine les racines du polynôme  $H$ , où

$$H(z) = 1 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + \dots + g_L z^{-L}$$

6) Les  $P$  zéros de  $H$  qui sont situés sur le cercle unité ont pour argument les valeurs des fréquences, qui sont proportionnelles aux arguments de ces zéros, le coefficient de proportionnalité étant  $-\alpha$ .



---

# Liste des figures

1.1	Modèle du dispositif en traitement d'antenne . . . . .	4
1.2	Droite dans une image . . . . .	6
1.3	Choix de la position d'antenne . . . . .	7
1.4	Modèle de propagation . . . . .	8
1.5	Pseudospectre de Music . . . . .	10
1.6	Création du sinogramme . . . . .	15
1.7	Valeurs du sinogramme . . . . .	15
1.8	Sélection de zéros . . . . .	17
1.9	Méthode extension de la transformée de Hough . . . . .	20
1.10	Méthode schéma de propagation à vitesse variable . . . . .	21
2.1	Droites parallèles : superposition de l'image de départ et du résultat obtenu . . . . .	24
2.2	Image bruitée de départ et estimation . . . . .	25
2.3	Estimations réalisées : avec une petite valeur de M, avec une grande valeur de M . . . . .	26
2.4	Une image conduisant à une valeur d'offset biaisée . . . . .	27
2.5	Zéros du polynôme . . . . .	27
2.6	Zoom sur certains zéros . . . . .	28
2.7	Image de départ et estimation par la position d'antenne 4 . . . . .	29
2.8	Signal obtenu sur l'antenne 4 : le dernier capteur correspond au coin inférieur droit . . . . .	29
2.9	Signal obtenu sur l'antenne 1 . . . . .	30
2.10	Image de départ et estimation par la position d'antenne 1 . . . . .	30
2.11	Un exemple typique d'image utilisée . . . . .	32
2.12	Première image en niveaux de gris . . . . .	39
2.13	Première image bruitée en niveaux de gris . . . . .	39
2.14	Seconde image en niveaux de gris . . . . .	39
2.15	Seconde image bruitée en niveaux de gris . . . . .	40

---

2.16	Voie ferrée . . . . .	40
2.17	Deux et trois droites isolées . . . . .	42
2.18	Un objet et deux objets isolés . . . . .	43
2.19	Un objet isolé, superposition de l'objet et du résultat de la segmentation . . . . .	43
2.20	Image couleur à fond noir . . . . .	45
2.21	Image couleur à fond blanc et droites de couleur primaire . . . . .	45
2.22	Image couleur à fond blanc . . . . .	46
2.23	Image couleur à fond blanc et droites de couleur quelconque . . . . .	46
2.24	Image couleur à fond coloré . . . . .	47
2.25	Image couleur bruitée . . . . .	47
A.1	Organigramme de HRSP . . . . .	50
B.1	Critère MDL . . . . .	52

---

# Bibliographie

- [1] H. K. AGHAJAN et T. KAILATH, *A subspace fitting approach to super resolution multi-line fitting and straight edge detection*, vol. 3, pp. 121–124, 1992.
- [2] H. K. AGHAJAN et T. KAILATH, *Sensor array processing techniques for super resolution multi-line-fitting and straight edge detection*, IEEE trans. on Image Processing, vol. 2, pp. 454–465, 1993.
- [3] H. K. AGHAJAN et T. KAILATH, *Application of antenna array processing to problems in image understanding*, IEEE trans. on Image Processing, 1995.
- [4] S. BOURENNANE, *Décorrélation de sources en acoustique sous-marine*, JEASM, 1995.
- [5] S. BOURENNANE et A. BENDJAMA, *Méthodes de traitement d'antenne pour la caractérisation d'objets en mouvement à partir d'une séquence d'images*, CD GRETSI, 2001.
- [6] S. BOURENNANE, B. FAURE et J.-L. LACOUME, *Traitement d'antenne pour des sources large bande*, Annales des télécommunications, vol. 45, 1990.
- [7] S. BOURENNANE, J.-D. TECHER et J. MAROT, *Estimation de contours par les méthodes haute résolution, soumis*, Traitement du Signal, 2004.
- [8] S. MARCOS, *Les méthodes Haute Résolution, traitement d'antenne et analyse spectrale*, Hermes, Paris(Fr.), 1998.
- [9] J. TECHER, *Rapport de DEA, sous la direction de S. Bourennane : Méthodes de traitement d'antennes appliquées à l'imagerie*, Université de Montpellier 2, 2002.
- [10] N. YUEN et B. FRIEDLANDER, *Doa estimation in multipath : An approach using fourth-order cumulants*, IEEE trans. on Signal Processing, vol. 45, 1997.