Examen Master IS
Cours « Acquisition, traitement du signal et des images »

janvier 2017

— Examen sans document autre qu'un formulaire personnel —

Questions de cours et exercices

Pour les questions de cours, ce sont les arguments que vous développerez dans vos réponses qui seront notés. Il est donc nécessaire que vous justifiez clairement vos réponses.

Question 1 : Soit $s : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ une fonction qui admet une *transformée de Fourier* (abrégé TF) qui sera notée S.

(a) $s \in \mathbb{R}$: quelles sont les propriétés du module et de la phase de S ?
(b) $S \in \mathbb{R}$: quelles sont les propriétés de s ?
(c) S est périodique : quelle est la propriété de s ?
(d) S est discret : quelle est la propriété de s ?

Question 2 : On calcule numériquement la TF d'une image réelle. Répondez par VRAI ou FAUX aux affirmations suivantes...

(a) les basses-fréquences correspondent aux applats et les hautes-fréquences correspondent aux bords.
(b) la détection de bord par un filtre passe bande nécessite de régler un compromis entre robustesse au bruit et précision de la localisation des bords.
(c) Le repliement spectral affecte d'abord les fréquences spatiales de l'image les plus élevées.
(d) Un signal continu dont le spectre est à support limité peut être échantillonné sans perte d'information.

Question 3 : On considère la fonction

$$g_{u_0}(t\,;\,\alpha) \stackrel{\text{def}}{=} \cos(2\pi u_0 t) \times g(t\,;\,\alpha)$$

avec $u_0 > 0$. Donnez l'expression de la transformée de Fourier de cette fonction.

Question 4 : On souhaite établir la correspondance entre une image et le module de sa transformée de Fourier. Les images et les modules en question sont représentés ci-dessous. Pour la série 1 et la série 2, retrouvez la bonne association "image" ↔ "module de TF" en justifiant brièvement votre réponse.

Série 1 :

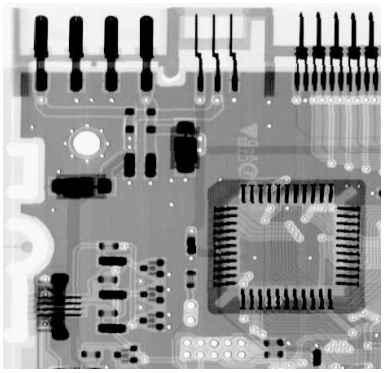


Image "1"

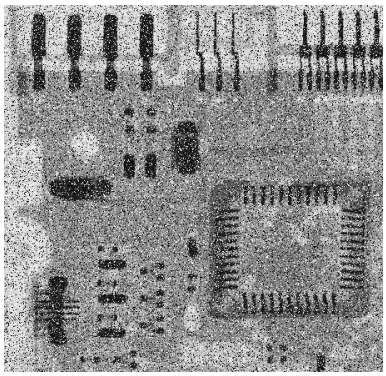
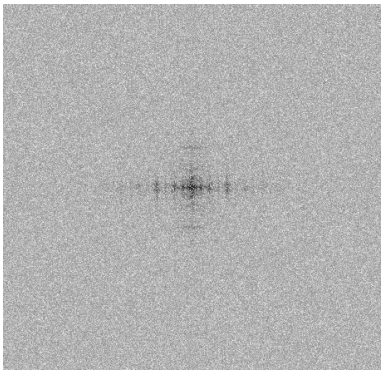
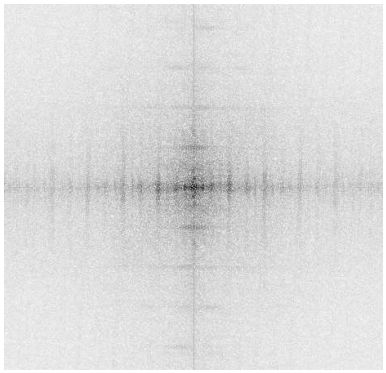


Image "2"



module de TF "a"

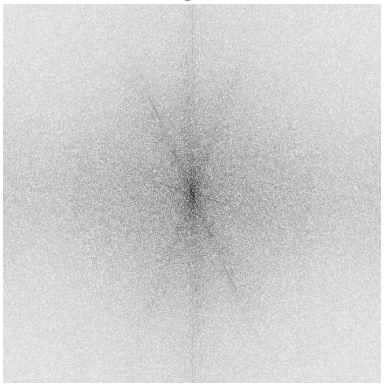


module de TF "b"

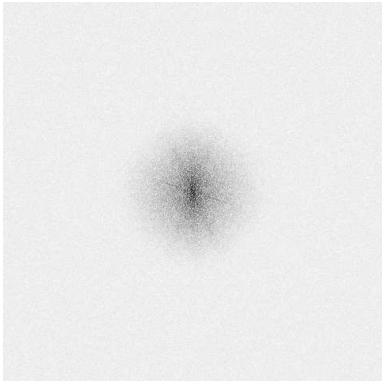
Série 2 :

Image ”1”

Image ”2”



module de TF ”a”



module de TF ”b”

Question 5 : On considère l'image 1 contenant 64 pixels, dont les niveaux de gris sont codés sur 8 bits, entre 0 et 255.

Image 1 Image 2

La figure 1 représente cette image, et la figure 2 représente le résultat d'une opération ponctuelle d'égalisation d'histogramme appliquée à cette image.

L'image 1 présente 6 valeurs différentes de niveaux de gris. Le nombre de pixels pour chaque niveau de gris est donné dans le tableau ci-dessous.

Valeur de niveau de gris dans l'image 1	Nombre de pixels
0	10
1	14
2	16
3	12
4	10
255	2
Tous	64

a) Tracez l'histogramme de l'image 1, avec en abscisses les valeurs de niveaux de gris entre 0 et 255, en ordonnées le nombre de pixels pour chaque valeur de niveau de gris.

b) Dans un tableau, donnez la somme cumulative des valeurs contenues dans l'histogramme, pour les 6 niveaux de gris de l'image 1.

c) Sachant que les valeurs de niveaux de gris de l'image 2 sont elles aussi codées entre 0 et 255, et en considérant que que $4 * 64 \simeq 255$, donnez les 6 valeurs de niveaux de gris présentes dans l'image 2. Vous présenterez le résultat sous la forme du tableau suivant (_ _ signifie à compléter) :

Valeur de niveau de gris dans l'image 2	Nombre de pixels
_ _	10
_ _	14
_ _	16
_ _	12
_ _	10
_ _	2

d) Tracez l'histogramme de l'image 2. Faites quelques commentaires *succincts* à propos de cet histogramme.

Examen de Traitement du signal et des images
Master I&S spécialité AGE

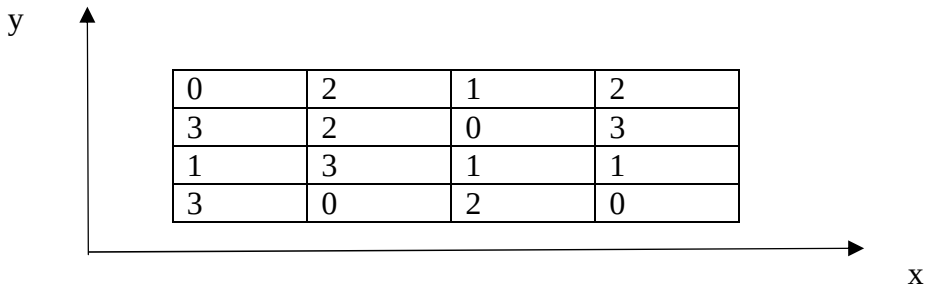
Exercice I

1- Représenter, en donnant les différentes parties, une chaîne de traitement d'images.

2- Donner quelques applications liées au traitement des images.

3- Soit une image exemple.img de taille 1024×1024 dont chaque pixel est codé sur 10 bits et dont l'entête représente 1024 octets.
- Combien faut-il octets pour coder chaque pixel ?
- Quelle est la taille du fichier exemple.img si l'on codait chaque pixel sur 4 octets ?
On rappelle que l'octet représente 8 bits.

4- Soit une image dont la taille est 4×4 et schématisée ci-dessous :



0	2	1	2
3	2	0	3
1	3	1	1
3	0	2	0

Les niveaux de gris sont 0, 1, 2 et 3. Le point (0,0) est celui se situant en bas à gauche et ayant le niveau de gris 3.

- Représenter l'histogramme de cette image
- Représenter l'histogramme normalisé de cette image
- Si l'on transforme cette image par un opérateur ponctuel tel que : v=T(u)

T(u)= 3-u

$T(u) = 255 \times \frac{u}{3}$

u niveau de gris en entrée
v niveau de gris en sortie

- Représenter la nouvelle image sous la forme d'un tableau 4×4 et représenter son histogramme pour les deux transformations.
- Conclure sur la correspondance entre image et histogramme pour la première transformation

5- Soit l'image de la question 4. On veut filtrer cette image en utilisant un filtre moyen de taille 3×3.
- Quels sont les coefficients du masque
- Quel type de filtre réalise t-on ?
- Donner l'image filtrée correspondante.

6- Soit l’image de la question 4. On veut filtrer cette image avec un filtre médian de taille 3×3.
- Donner l’image filtrée correspondante.
On rappelle que la valeur médiane d’un ensemble de 2p+1 points est la valeur du point qui scinde l’ensemble en deux parties de p points, lorsque l’ensemble est ordonné dans le sens croissant.

7- Calculer le vecteur gradient en x et en y de l’image au point (2,2) puis au point (1,1).

8- Donner les deux approches de segmentation en traitement d’image. On souhaite segmenter l’image de la question 4 en fixant un seuil à 1. Combien d’objets, au sens du 4-voisinnage, apparaissent dans l’image.

Exercice II

Soit I une image dont les niveaux de gris min et max sont notés a et b respectivement. On souhaite effectuer un étalement de niveaux de gris de manière à représenter cette image dans l'intervalle [0 L]. Cette nouvelle image est notée J. On suppose $0<a<b<L$.

1- Quelle transformation ponctuelle permet de faire cet étalement de niveau de gris. On notera u la variable représentant le niveau de gris initial et v celle représentant le niveau de gris final.

2- Que pensez-vous de la forme du nouvel histogramme de l'image ?

3- En supposant que la moyenne de l'image I est m et que sa variance vaut σ. Exprimer la moyenne et la variance de l'image J en fonction de m et de σ.

Examen Master EEEA
Cours « Traitement du signal »

vendredi 11 janvier 2019 9 :00 - 11 :00

— Examen sans document autre qu'un formulaire personnel —

Une annexe est présente en fin de sujet, qui peut être utile à la résolution des exercices.

Questions de cours et exercices

Note :
Pour les questions de cours, ce sont les arguments que vous développerez dans vos réponses qui seront notés. Il est donc nécessaire que vous justifiez clairement vos réponses. On donnera de l'importance au soin apporté aux représentations graphiques qui vous sont demandées.

Question 1 : Soit $s : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ une fonction qui admet une *transformée de Fourier* (abrégé TF) qui sera notée S.

(a) $s \in \mathbb{R}$: quelles sont les propriétés du module et de la phase de S ?
(b) $S \in \mathbb{R}$: quelles sont les propriétés de s ?
(c) S est périodique : quelle est la propriété de s ?
(d) S est discret : quelle est la propriété de s ?

Question 2 : On calcule numériquement la TF d'une image réelle. Répondez par VRAI ou FAUX aux affirmations suivantes...

(a) les basses-fréquences correspondent aux applats et les hautes-fréquences correspondent aux bords.
(b) Si l'image de départ contient une Gaussienne d'étalements σ_x et σ_y, sa TF contient une Gaussienne dont les étalements sont proportionnels à $\frac{1}{\sigma_x}$ et $\frac{1}{\sigma_y}$.
(c) Le repliement spectral affecte d'abord les fréquences spatiales de l'image les plus élevées.
(d) Un signal continu dont le spectre est à support limité peut être échantillonné sans perte d'information.

Question 3 :
On considère la fonction

$$g(t, u_0) \stackrel{\text{def}}{=} f(t) \times \cos(2\pi u_0 t) \tag{1}$$

avec $f(t) = \exp(-\pi t^2)$, et $u_0 > 0$.

Question 4 : Donnez une représentation graphique de g pour le cas particulier $u_0 = \sqrt{\frac{\pi}{ln(2)}}$.

Question 5 : Donnez une expression de la fonction g faisant intervenir les exponentielles complexes.

Question 6 : En utilisant la question précédente, calculez l'expression de la TF (G) de g. Donnez une représentation graphique du module et de la phase de G pour la valeur numérique de u_0 donnée plus haut.

Question 7 : De manière générale, expliquez l'effet de l'échantillonnage d'une fonction sur sa TF ? Reliez votre explication au théorème de Shannon. Faites un schéma.

Question 8 : On considère l'échantillonnage de g avec une période d'échantillonnage $T_e = 10^{-1} \times (1/u_0)$. En vous appuyant sur la question précédente, donnez une représentation *qualitative* du module (uniquement) de la TF G^* de cette fonction échantillonnée. De façon qualitative, pouvez-vous dire si la fréquence d'échantillonnage est suffisante, par rapport aux conditions posées par le théorème de Shannon ?

Question 9 : On souhaite obtenir la transformée discrète (TFD) G_d de g. On échantillonne donc G^*. Quelle est la gamme de fréquences à laquelle on s'intéresse ? Si l'on choisit N points, quelles sont les valeurs de fréquences retenues pour la TFD ?
Faites un schéma qui représente le module de la TDF, et l'emplacement de quelques échantillons.

Donnez la valeur de N qui permet de tomber pile sur la fréquence u_0 pour le 11^{me} échantillon.

Analyse qualitative d'images

a) Comment peut-on supprimer l'effet de 'croix' dans la transformée de Fourier d'une image ?

b) Lorsque, dans le domaine spatial, une image contient une Gaussienne avec des écart-types élevés, qu'en est-il dans le domaine spectral ?

c) On souhaite établir la correspondance entre une image et le module de sa transformée de Fourier. Les images et les modules en question sont représentés ci-dessous. Pour la série 1 et la série 2, retrouvez la bonne association "image" $\leftrightarrow$ "module de TF" en justifiant brièvement votre réponse.

Série 1 :

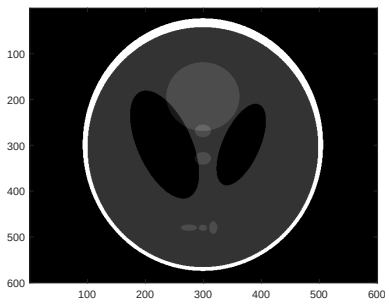


Image "1"

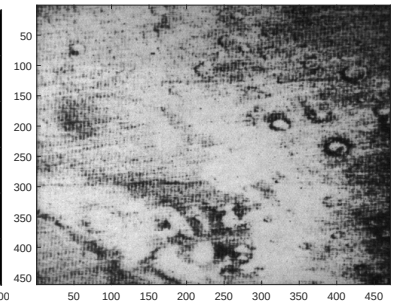
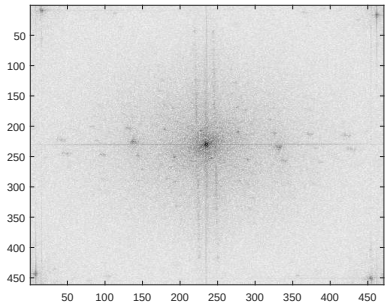
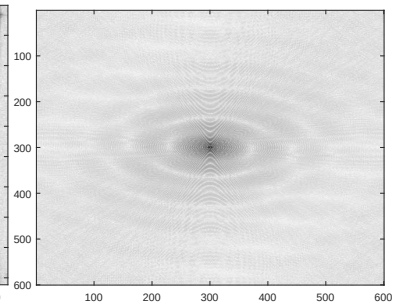


Image "2"



module de TF "a"



module de TF "b"

Série 2 :

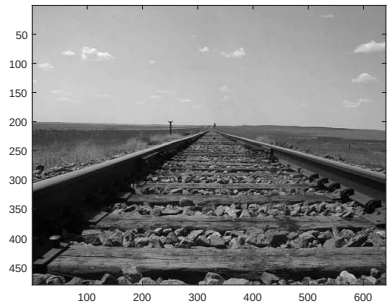


Image ”1”

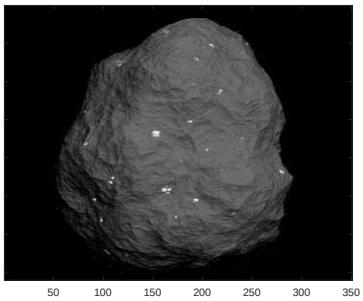
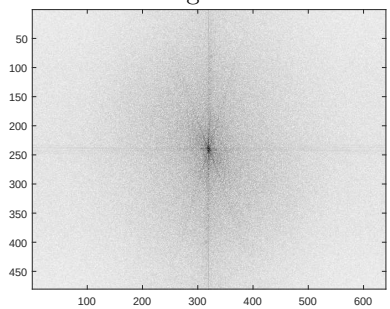
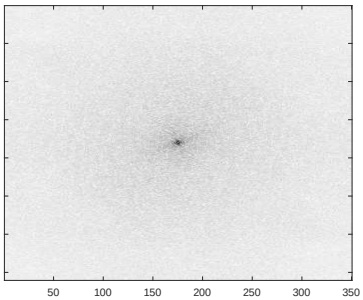


Image ”2”



module de TF ”a”



module de TF ”b”

Annexe

Quelques transformées de Fourier classiques :

f(t)	F(u)
pic de Dirac $\delta(t)$	1
fonction porte de largeur T0 : $\Pi_{[-\frac{T0}{2};\frac{T0}{2}]}$	$T0\ sinc(\pi uT0)$
$\exp(-\pi t^2)$	$\exp(-\pi u^2)$