

Electricité et magnétisme, D.S. n°2

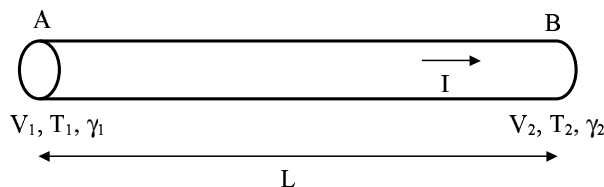
1. Questions de cours

Répondez par vrai ou faux en justifiant votre réponse par une ou deux lignes.

- (a) Pour un conducteur à l'équilibre, le champ électrostatique dans le conducteur est nul.
- (b) Pour un conducteur à l'équilibre, le champ électrostatique à la surface du conducteur est constant en module.
- (c) Pour un conducteur à l'équilibre, le champ électrostatique à la surface est tangent à la surface.
- (d) Pour un conducteur à l'équilibre relié à la terre, la charge totale est toujours nulle.
- (e) Pour un conducteur à l'équilibre relié à la terre, le potentiel est toujours nul.

2. Exercice 1 : conducteur à gradient de conductivité

On considère une barre conductrice de cuivre d'axe (Ox), de longueur L et de section S constante. L'extrémité A est soumise au potentiel V_1 , l'extrémité B est soumise au potentiel $V_2 < V_1$, et la barre est parcourue par un courant d'intensité I . L'extrémité A est à la température T_1 , et l'extrémité B à la température $T_2 > T_1$. Du fait de l'augmentation de la fréquence des collisions avec la température T , la conductivité diminue, d'où $\gamma_2 < \gamma_1$. La variation de γ_1 à γ_2 est supposée linéaire avec la distance x , et la densité volumique du courant uniforme.



- (a) Calculez γ en fonction de x , distance du point considéré à l'extrémité A , puis $\mathbf{j}$ et $\mathbf{E}$. Déduisez-en la différence de potentiel $V_1 - V_2$ et la résistance R entre les extrémités.
- (b) Vérifiez que R n'est plus de la forme $R = \frac{L}{\gamma S}$, mais que la formule obtenue redonne bien cette expression si $T_2 \rightarrow T_1$ (on pourra écrire que $\gamma_2 = \gamma_1 - \delta\gamma$ et effectuer un développement limité à l'ordre 1).
- (c) En utilisant la relation $\text{div}(\mathbf{j}) = 0$ ($\mathbf{j}$ est uniforme), montrer que $\text{div}(\mathbf{E}) \neq 0$. En déduire la densité volumique de charge en tout point de la barre. A-t-on un excès ou un déficit d'électrons ? Note : $\text{div}(a\mathbf{v}) = a\text{div}(\mathbf{v}) + \mathbf{v} \cdot \text{grad}(a)$.

3. Exercice 2 : énergie électrostatique d'une sphère chargée

Une sphère de rayon R , placée dans le vide, contient la charge volumique uniforme ρ . Pour calculer son énergie électrostatique, on suppose qu'elle a été formée en apportant des charges de l'infini, sur des coquilles sphériques successives.

- (a) Si à l'instant t , on a déjà un noyau de rayon r , quelle est sa charge q ?
- (b) Entre t et $t + dt$, on va apporter, sur le noyau de rayon r , des charges élémentaires q_e , de manière à former la coquille sphérique comprise entre les rayons r et $r + dr$ et de densité volumique de charge ρ . Quelle est la charge dq de cette coquille sphérique ?
- (c) Au cours de l'opération, une charge élémentaire q_e se trouve à une distance x du centre O de la sphère. Quelle est alors la force électrique $\mathbf{F}_e$ exercée par le noyau de charge q et de rayon r sur la charge q_e ?
- (d) Calculez le travail W_e de cette force lorsqu'on apporte la charge q_e de l'infini sur le noyau de rayon r . En déduire l'énergie électrostatique U_e de q_e sur la sphère chargée, puis l'énergie électrostatique dU de la coquille de charge dq .
- (e) Calculez alors l'énergie électrostatique U de la sphère de rayon R .