

Electricité et magnétisme - TD n°1

Loi de Coulomb

1. Force électrique

Calculer le rapport entre force gravitationnelle et électrique entre le proton et l'électron dans l'atome d'hydrogène. Soit a_0 la distance entre le proton et l'électron ($a_0 \simeq 0,53 \times 10^{-10}m$).

$$G \simeq 6.67 \times 10^{-11} \text{SI}, [Nkg^{-2}m^2] \quad m_p \simeq 1,672 \times 10^{-27}kg \quad m_e \simeq 0,91 \times 10^{-30}kg$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{SI} \quad q_e = 1,6 \times 10^{-19}C$$

2. Deux boules de liège identiques de masse m et charge q pendent d'un plafond par des fils de longueur identique l . La distance entre les points d'attache au plafond est d . Soit θ l'angle entre les fils et la verticale. Trouver une relation entre θ , l , d , m . Comment peut-on utiliser cette relation pour vérifier la loi de Coulomb?
3. La différence de potentiel entre deux plaques parallèles est $\Delta V = 100V$, leur séparation $d = 1cm$, leur longueur $L = 2cm$. Un électron est projeté avec une vitesse $v_0 = 10^7 m s^{-1}$ entre les plaques au sens de leur longueur.

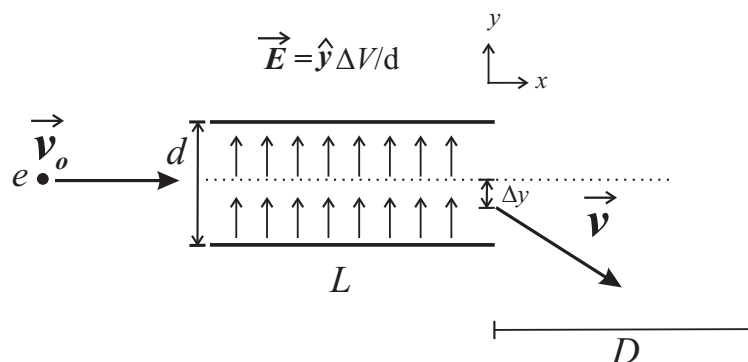


Figure 1: Déviation d'un électron par un champ électrostatique

- (a) Trouver sa déviation transverse, Δy , et sa vitesse transverse, v_y , quand il émerge des plaques.
- (b) Un écran est placé a $D = 0,5m$ du bord final des plaques et perpendiculairement à la vitesse initiale. Trouver la position de l'impacte de l'électron sur l'écran.

4. Expérience de Millikan

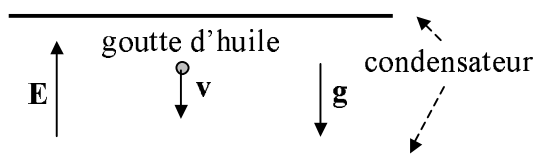


Figure 2: Expérience de Millikan

Des gouttelettes d'huile sont pulvérisées dans un condensateur à l'intérieur duquel le champ électrique \vec{E} est constant. Une gouttelette se déplace à une vitesse constante v par effet de la gravité, du champ et de la friction visqueuse (voir figure 2).

- (a) Exprimer le rayon r de la goutte en fonction de la vitesse limite v_0 qu'elle atteint lorsque le champ électrique est nul. On supposera que la force de frottement est $F_f = -6\pi\eta r v$, où $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5}$ Pa.s est la viscosité de l'air. (La masse volumique de l'huile est $\rho_h = 1,05 \cdot 10^3$ kg.m⁻³ et celle de l'air $\rho_a = 1,2$ kg.m⁻³). **A.N.** Vitesse limite: $v_0 = 0,392$ mm.s⁻¹.
- (b) On applique un champ électrique \mathbf{E} (colinéaire à la gravité) jusqu'à ce que la gouttelette se trouve à l'arrêt. Calculer la charge d'une gouttelette en fonction du champ électrique et de la vitesse limite à champ nul, v_0 . **A.N.:** $E = \|\mathbf{E}\| = 482$ kV.m⁻¹.

5. Coordonnées cylindriques et sphériques

Soit (O, x, y, z) un repère en coordonnées cartésiennes, de vecteurs de base $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}$, et (O, r, ϕ, z) un repère en coordonnées cylindriques de vecteurs de base $\hat{\mathbf{u}}_\rho, \hat{\mathbf{u}}_\phi, \hat{\mathbf{z}}$.

- (a) Exprimer x et y en fonction de ρ et ϕ
- (b) Exprimer $\hat{\mathbf{u}}_\rho$ et $\hat{\mathbf{u}}_\phi$ dans la base $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}})$.
- (c) Donner l'expression du volume élémentaire dV en coordonnées cylindriques.
- (d) Reprendre les questions (a) à (c) pour un repère (O, r, θ, ϕ) en coordonnées sphériques, de vecteurs de base $\hat{\mathbf{u}}_r, \hat{\mathbf{u}}_\theta, \hat{\mathbf{u}}_\phi$.

6. Calotte sphérique chargée

Soit une calotte sphérique chargée, de centre O , et d'axe de symétrie (Oz) . Le rayon de la sphère est R , et le disque fermant la calotte est vu depuis O sous un angle θ_0 (figure 3). Calculer la charge totale de la calotte dans le cas où:

- (a) la charge est répartie uniformément en volume avec une densité ρ_0 .
- (b) la charge est répartie uniformément en surface, sur la partie sphérique et le disque fermant la calotte, avec une densité σ_0 .
- (c) la charge est répartie en surface avec densité $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos(\theta)$, sur la partie sphérique et le disque fermant la calotte (θ est la colatitude, en coordonnées sphérique).

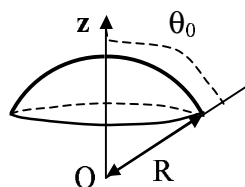


Figure 3: Calotte sphérique chargée

7. Un noyau d'uranium (92 protons) se désintègre en émettant une particule alpha, c-a-d un noyau d'hélium (2 protons et 2 neutrons). On suppose que la particule alpha est initialement au repos à une distance $d = 8,5 \times 10^{-15}$ m du centre du noyau de Thorium (90 protons).
- (a) Calculer l'accélération initiale et l'énergie de la particule alpha
- (b) Calculer l'énergie et vitesse quand la particule alpha est très loin du Thorium.
8. Deux charges positives identiques sont fixées sur l'axe Oz en $z = a$ et $z = -a$. Calculer leur potentiel sur un point M dans le plan xOy à une distance ρ de l'axe Oz , en déduire le champ électrique dans ce plan.