Examen d'Electromagnétisme - Rattrapage -L2 Université Aix–Marseille 1
le 20 janvier 2011

(Formule utile : Divergence en coordonnées sphériques :
$\operatorname{div} \overrightarrow{\mathbf{A}} = \frac{1}{r^2 \sin\theta} \left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \sin\theta A_r\right) + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(r \sin\theta A_\theta\right) + \frac{\partial}{\partial \phi}\left(r A_\phi\right) \right]$)

1. (4pts) Deux charges identiques, Q, sont placées sur l'axe x aux points $x = 0$, et $x = d$.
   (a) Ecrire le champ électrique, $\overrightarrow{\mathbf{E}}$ sur l'axe x.
   (b) Ecrire le potentiel électrique, V sur l'axe x.

2. (4pts) On considère une ligne de charge infinie sur l'axe z de densité linéique λ.
   (a) Ecrire le champ électrique, $\overrightarrow{\mathbf{E}}$ en coordonnées cylindriques.
   (b) Ecrire le champ électrique, $\overrightarrow{\mathbf{E}}$ en coordonnées cartésiennes.
   (c) Quelle est la différence de potentielle entre le point $(x = a, y = 0, z = 0)$ et le point $(x = 0, y = b, z = 0)$.

3. (4pts) Une région décrite par $r < 2$m en coordonées sphériques a un champ électrique qui s'exprime $\overrightarrow{\mathbf{E}}\,(r, \theta, \phi) = (5r \times 10^{-5}/\epsilon_0)\,\widehat{\mathbf{r}}$.
   (a) Ecrire la charge total de la région $r < 2$m.
   (b) Ecrire la densité de charge, ρ, dans la région $r < 2$m.
   (c) Si la densité volumique de charge est $\rho = 0$ pour $r > 2$m. Ecrire le champ électrique, $\overrightarrow{\mathbf{E}}$ pour $r > 2$m.

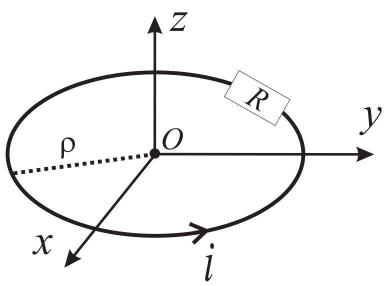
4. (4 pts) Deux Bobines de Helmhotz de même axe, de rayon $r = 3$m et portant chacune $I = 20$A sont contenues dans deux plans parallèles séparées par d =10m.
   (a) Quel est le champ $\overrightarrow{\mathbf{B}}$ au centre de leur axe ?
   (b) Quel est le champ $\overrightarrow{\mathbf{H}}$ au centre de leur axe ?

5. (4 pts) Dans une région $0 < \rho < 0.5$m en coordonnées cylindriques, la densité de courant est
$$\overrightarrow{\mathbf{j}} = 4,5 \times e^{-2r}\widehat{\mathbf{z}}$$
et $\overrightarrow{\mathbf{j}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$ ailleurs.
   (a) Utiliser la loi d'Ampère afin de trouver le champ $\overrightarrow{\mathbf{B}}$.
   (b) Trouver le champ $\overrightarrow{\mathbf{H}}$.

6. (2 pts) On considère un potentiel vecteur $\overrightarrow{\mathbf{A}}$ qui s'exprime $\overrightarrow{\mathbf{A}} = \widehat{\mathbf{y}}\,(\sin ax) + \widehat{\mathbf{z}}\,(y^3 + 2e^x)$.

   (a) Trouver le champ $\overrightarrow{\mathbf{B}}$ dans tout l'espace.

7. (4 pts) Considérer une spire circulaire et conductrice (de résistance R et de rayon ρ) placée dans le plan xOy ($z = 0$) (voir figure). Le champ $\overrightarrow{\mathbf{B}}$ varie avec le temps et s'exprime : $\overrightarrow{\mathbf{B}} = \widehat{\mathbf{z}} B_0 \cos \omega t$.



   (a) Calculer le flux du champ magnétique, $\Phi\,(t)$, à travers la spire.
   (b) Calculer la force électromotrice, $e\,(t)$, dans la spire.
   (c) Déterminer le courant induit, $i\,(t)$, dans la spire.
   (d) A.N. Exprimer $i\,(t)$ avec $\rho = 0,2$m. $R = 3.14\Omega$, $B_0 = 1$T, $\omega = 10^3$s^{-1}.