

## Electromagnétisme Année 2011-2012 DM 3

1. Considérer le champ électrique  $\vec{E} = c(2xz, x^2, z^2)$ , c.-à-d.  $\vec{E} = c(2xz\hat{u}_x + x^2\hat{u}_y + z^2\hat{u}_z)$  :

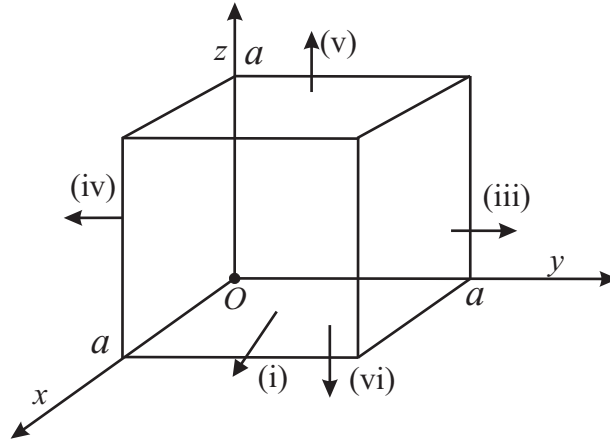


Figure 1: cube de volume  $a^3$  placé à l'origine

- (a) Calculer le flux sur un cube avec sommets  $(0, 0, 0)$ ,  $(a, 0, 0)$ ,  $(0, a, 0)$ ,  $(0, 0, a)$ .
- (b) En déduire la charge  $Q_{\text{int}}$  à l'intérieur du cube.
- (c) Calculer la densité de charge  $\rho(x, y, z)$ .
- (d) Intégrer la densité de charge  $\rho(x, y, z)$  sur le volume du cube.
2. **Résistance** - Considérer un câble co-axial de longueur  $L$ . Le cylindre intérieur a un rayon  $a$ , la gaine un rayon intérieur  $b$  et un rayon extérieur  $c$ , ( $a < b < c$ ). On fait un court-circuit à une extrémité du câble. Si la conductivité des conducteurs est  $\gamma$  quelle est la résistance pour un courant qui part à l'intérieur du câble et revient à l'extérieur ?

3. **Energie d'un système de charges ponctuelles.** On considère un système de charges ponctuelles, 2 positives, de valeur  $+q$  et 3 négatives, de valeur  $-q$ , disposées aux sommets  $B, C, D, E$  et  $F$  d'un hexagone régulier de coté  $a$ .

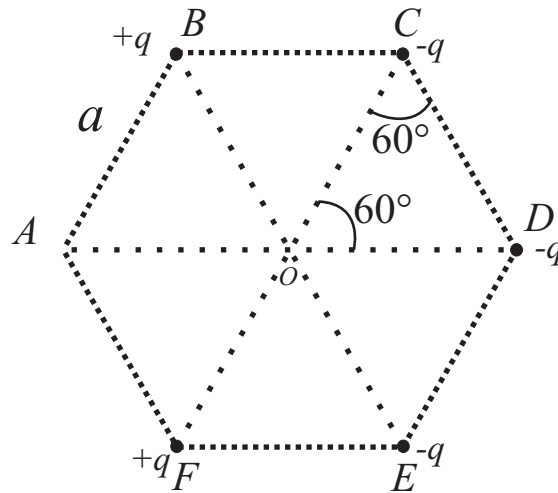


Figure 2: *Système de charges ponctuelles*

- Calculer le potentiel créé par l'ensemble des charges au point  $A$  (le sixième sommet de l'hexagone considéré).
  - Quel est le travail nécessaire pour amener une autre charge positive, de valeur  $q$ , de l'infini jusqu'au point  $A$  ?
  - Etablir l'expression de l'énergie potentielle électrostatique du système de six charges ainsi constitué. Attention, on demande l'énergie totale de l'ensemble de charge et non l'énergie par charge !
  - Calculer le moment dipolaire,  $\vec{p}$ , du système des six charges.
4. On a traité en TD le champ électrique créé par un disque centré sur l'axe  $z$ , de rayon  $R$ , et de charge surfacique homogène  $\sigma$ . Si le centre du disque est à la position  $z = a$ , le champ électrique le long de son axe champ s'écrit (voir TD 2) :

$$\mathbf{E}(z) = E_z(z) \hat{\mathbf{z}} \quad \text{avec} \quad E_z(z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \frac{z-a}{|z-a|} - \frac{z-a}{(R^2 + (z-a)^2)^{1/2}} \right) \quad (1)$$

On considère maintenant un cylindre diélectrique (féroélectrique) de rayon  $R$  et de longueur  $L = 2a$  (le centre du cylindre est placé à l'origine et son axe est confondu avec l'axe  $Oz$ ). Le cylindre est caractérisé par une polarisation permanent  $\vec{P} = P\hat{\mathbf{z}}$ .

- Utiliser le resultat de l'éq.(1) afin de calculer le calculer le champ électrique le long de l'axe du cylindre (indice :  $\sigma_{\text{pol}} = \vec{P} \cdot \hat{\mathbf{n}}$  et  $\rho_{\text{pol}} = -\text{div} \vec{P}$ ).
- Spécifier la valeur et la position des discontinuités du champ  $\mathbf{E}(z)$  le long de l'axe
- Calculer le champ de déplacement électrique  $\mathbf{D}(z)$  le long de l'axe.
- Montrer que  $\mathbf{D}(z)$  est continue le long de l'axe  $z$  (Ceci est une conséquence de quelle loi fondamentale ?).