

Electromagnétisme / L2 : Devoir maison- n°2

1. Calculer les intégrales

$$\int_0^b \frac{xdx}{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + 1\right]^{1/2}} \quad \text{et} \quad \int_0^b \frac{dx}{\left[\left(\frac{x}{a}\right)^2 + 1\right]^{3/2}}$$

2. Calculer et dessiner $\overrightarrow{\text{grad}}\sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Charge électriques - Flux

(a) Soit une sphère S de centre O et de rayon a , portant la densité de charges non-uniforme $\rho = Cr^3$.

(i) Calculer la charge électrique totale Q_s contenue dans cette sphère en fonction de C et de a .

(ii) Calculer le champ électrique \vec{E} partout en fonction de Q_s et de r . (Il faut considérer les cas $r < a$ et $r > a$).

(iii) Calculer $\text{div}\vec{E}$ à l'intérieur et à l'extérieur de la sphère. La divergence en coordonnées sphériques pour un champ radial et ne dépendant que de r s'écrit :

$$\text{div}(E(r)\hat{r}) = \frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 E(r))}{dr}$$

(b) Reprendre les questions (i) - (iii) lorsque $\rho = \frac{C}{r}$.

4. Une particule est soumise à la force $(3x^2 - 3y^2, 6xy)$. Est-ce que cette force en résulte d'un potentiel conservateur ? Calculer son travail quand la particule va du point $A = (0, 0)$ au point $B = (2, 4)$ sur les trajectoires suivantes :

(a) sur l'axe des x de A jusqu'à $(2, 0)$ puis verticalement jusqu'à B .

(b) sur l'axe des y de A jusqu'à $(0, 4)$ puis horizontalement jusqu'à B .

(c) sur une droite qui relie A à B .

(d) sur la parabole $y = x^2$ entre A et B .

(e) Quelles conclusions en tirez-vous concernant la circulation de cette force entre les points A et B .

5. Une particule est soumise à la force $(3x^2 + 3y^2, 6xy)$. Est-ce que cette force en résulte d'un potentiel conservateur ? Calculer son travail quand la particule va du point $A = (0, 0)$ au point $B = (2, 4)$ sur les trajectoires suivantes :

(a) sur l'axe des x de A jusqu'à $(2, 0)$ puis verticalement jusqu'à B .

(b) sur l'axe des y de A jusqu'à $(0, 4)$ puis horizontalement jusqu'à B .

(c) sur une droite qui relie A à B .

(d) sur la parabole $y = x^2$ entre A et B .

(e) Quelles conclusions en tirez-vous concernant la circulation de cette force entre les points A et B .

(f) Calculer le gradient de $U(x, y) = -(x^3 + 3xy^2)$. Que remarquez-vous ?