

Électromagnétisme et applications

Épreuve du mercredi 4 janvier 2017

Documents autorisés : NON - calculatrices *collège* autorisées : OUI - durée 2h

Le candidat veillera à écrire lisiblement, soigner la rédaction de sa copie, faire des schémas clairs, définir les grandeurs introduites, préciser leur unité et indiquer les vecteurs par une flèche surmontant leur symbole.

Le candidat rendra avec sa copie la page 3 de l'énoncé, qui sera décomptée comme une intercalaire.

On donne pour les applications numériques $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ F/m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m et $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

A - Auto-induction

On considère un solénoïde de rayon $a = 2,5$ cm et de longueur $\ell = 40$ cm comportant $N = 700$ spires circulaires. Le solénoïde est tout d'abord alimenté par un courant continu d'intensité $I_0 = 460$ mA.

- ($\frac{1}{2}$ point) Quelle est la densité de spires par mètres du solénoïde, notée n ?
- (1 point) Sur la figure 1 (voir fin d'énoncé), indiquer le sens du courant dans les spires et la direction et le sens du champ magnétique sur l'axe du solénoïde.
- (1 point) Sous quelle condition sur les angles α_1 et α_2 de la figure 1 l'amplitude du champ magnétique en un point M de l'axe du solénoïde a-t-elle $B_0 = \mu_0 n I$ pour expression ?
- (1 point) Calculer l'amplitude $B_0 = \mu_0 n I$ du champ magnétique dans le solénoïde. Quelle est l'unité du champ magnétique ? L'exprimer en fonction des unités fondamentales kg, m, s et A.
- (1 point) Donner l'expression de l'inductance L du solénoïde.
- ($\frac{1}{2}$ point) Calculer la valeur de L ; préciser son unité.

Le solénoïde est maintenant alimenté par un courant alternatif sinusoïdal $i_1(t)$ d'amplitude maximale I_0 et de fréquence $f = 2,3$ kHz.

- (1 point) Donner l'expression de la force électromotrice (fem) $e_1(t)$ induite dans le solénoïde.
- (1 point) Calculer la valeur maximale E_1 de cette fem ; préciser son unité.

Le solénoïde est finalement alimenté par un courant alternatif triangulaire $i_2(t)$ d'amplitude maximale I_0 et de fréquence f .

- (1 point) Représenter le courant triangulaire $i_2(t)$ et la fem induite $e_2(t)$ dans le solénoïde en fonction du temps sur une période $T = 1/f$. On note E_2 la valeur maximale de la fem $e_2(t)$.
- (1 point) Calculer E_2 .

B - Effet Kelvin

On donne l'expression suivante pour l'épaisseur de peau δ (m)

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \gamma}}$$

dans un matériau de conductivité γ (S/m) et de perméabilité μ (H/m) à la fréquence f (Hz).

1. (2 points) On utilise une plaque plane d'épaisseur $d = 2$ mm, ferromagnétique de conductivité $\gamma = 5 \cdot 10^7$ S/m et de perméabilité $\mu = 200\mu_0$, pour isoler un équipement des ondes électromagnétiques extérieures. A partir de quelle fréquence ces ondes sont-elles atténuées en amplitude d'un facteur $e^{d/\delta} = 1000$?
2. (2 points) La résistance R (Ω) d'un câble électrique

$$R(f) = \frac{\ell}{\gamma S}$$

fait intervenir à haute-fréquence la surface effective $S = 2\pi a\delta$ (m^2) où a (m) est le rayon du câble et δ (m) son épaisseur de peau. Comment évolue la résistance quand la fréquence est quadruplée ?

C - Bobine torique

On considère une bobine torique de rayon moyen r , constituée de N spires à section carrée de côté a , parcourues par un courant continu d'intensité i . Le sens du courant est indiqué sur la figure 2.

1. (1 point) Indiquer sur la figure 2 (voir fin d'énoncé) la direction et le sens du champ magnétique à l'intérieur du bobinage.
2. (1 point) Énoncer le théorème d'AMPÈRE en définissant et en donnant l'unité de toutes les grandeurs introduites.

Les symétries de la distribution de courant permettent de montrer que le champ magnétique présente la structure suivante :

$$\vec{B} = B_\varphi(\rho, z)\vec{u}_\varphi$$

dans le système de coordonnées cylindriques (ρ, φ, z) associées à l'axe de la bobine torique (axe vertical sur la figure 2) et avec la base locale $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\varphi, \vec{u}_z)$ associée.

3. (2 points) Calculer le champ magnétique créé par le courant i à l'intérieur du bobinage.
4. (1 point) Calculer le champ magnétique créé par le courant i à l'extérieur du bobinage.
5. (1 point) Une petite boussole est placée à l'intérieur de la bobine, au centre d'une spire. Quelle est l'action du champ magnétique sur l'aiguille aimantée ?
6. (1 point) L'aiguille aimantée est représentée par un moment dipolaire \vec{m} orienté depuis le pôle sud (souvent peint en noir ou bleu) de l'aiguille vers son pôle nord (souvent rouge). L'angle entre le champ magnétique \vec{B} et le moment dipolaire \vec{m} de l'aiguille est noté θ . Le champ magnétique exerce un couple $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ sur l'aiguille aimantée. Donner l'expression de la norme $\Gamma = \|\vec{\Gamma}\|$ de ce couple en fonction de $m = \|\vec{m}\|$, $B = \|\vec{B}\|$ et θ .
7. (2 points (bonus)) L'aiguille aimantée ayant un moment d'inertie noté J , donner sans justification l'équation différentielle vérifiée par θ si l'aiguille aimantée n'est soumise qu'au couple $\vec{\Gamma}$.

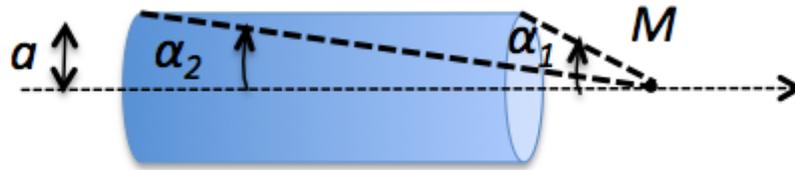


FIGURE 1 – Solénoïde

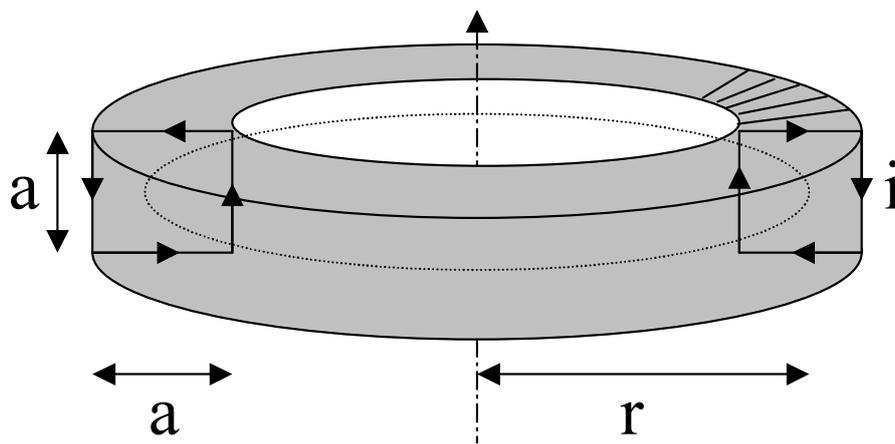


FIGURE 2 – Bobine torique