Électromagnétisme – contrôle continu 2

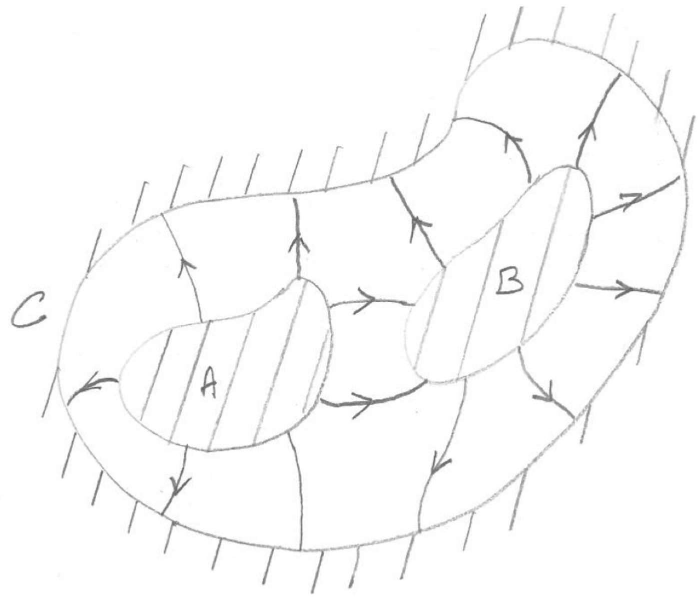
Année universitaire 2016-17

Pas de documents - calculatrices *collège* autorisées et même recommandées - durée 2h

Le candidat veillera à écrire lisiblement, soigner la rédaction de sa copie, préciser les unités des grandeurs et indiquer les vecteurs par une flèche surmontant leur symbole. On utilisera les valeurs numériques $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ SI pour la constante de Coulomb et $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ pour le quantum de charge électrique.

A - Conducteurs en influence

Les trois conducteurs à l'équilibre électrostatique A, B et C sont en influence, comme le montre le réseau de lignes de champ électriques qui relie leurs surfaces.



1. (2 points) Classer les potentiels V_A, V_B et V_C de ces trois conducteurs par ordre décroissant.
2. (1 point (bonus)) Quelle relation mathématique relie le champ électrostatique et le potentiel scalaire ?

B - Sphère métallique

Une sphère métallique de rayon $R = 10\,cm$ est portée au potentiel $V = 90\,\mathrm{V}$ par rapport à l'infini. On rappelle que ce potentiel est relié à la charge nette de la sphère par :

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

Calculer pour la sphère métallique à l'équilibre électrostatique :

1. (1 point) sa charge nette Q (préciser son unité),
2. (1 point) sa densité volumique de charge ρ (préciser son unité) et
3. (1 point) sa densité surfacique de charge σ (préciser son unité).

C - Condensateur sphérique à fuite

1. (2 points) Énoncer le théorème de Gauss dans l'air.

Un condensateur sphérique est composé de deux sphères concentriques conductrices séparées par un isolant homogène assimilable à l'air. On note a le rayon de la sphère intérieure, portant la charge $+Q > 0$, et $b > a$ le rayon de la sphère extérieure, portant la charge $-Q$. Le système est à symétrie sphérique, de sorte que le champ électrique est radial à dépendance radial : au point M,

$$\vec{\mathrm{E}}(M) = E_r(r)\vec{\mathrm{u}}_r$$

en notant O le centre de symétrie, $r = OM$ le rayon sphérique et $\vec{\mathrm{u}}_r = \overrightarrow{OM}/r$ le vecteur unitaire radial en M.

2. (2 points) Calculer le champ électrique entre les deux sphères.
3. (1 point) Tracer l'allure de E_r en fonction de $r \geq 0$.
4. (2 points) Déterminer par intégration la ddp U entre les deux sphères.
5. (1 point (bonus)) En déduire la capacité $C = Q/U$ de ce condensateur.

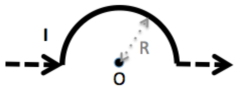
La ddp U entre les deux conducteurs, supposés parfaits, est maintenue par un générateur de tension. On prend en compte à partir de maintenant la conductivité γ de l'isolant.

6. (1 point) Déduire de la loi d'Ohm locale l'expression de $\vec{\mathrm{j}}$ la densité volumique de courant (préciser son unité).
7. (1 point) Quelle intensité I traverse la sphère de rayon $r \in [a; b]$ et d'aire $4\pi r^2$ dans l'isolant ?
8. (1 point (bonus)) Donner l'expression de la résistance $R = U/I$ de l'isolant.
9. (1 point (bonus)) Que vaut le produit RC ?

D - Champ magnétique créé par une demi-spire

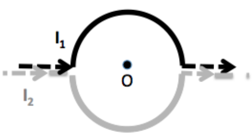
1. (2 points) Énoncer la loi de Biot et Savart pour un circuit filiforme. On considérera un point source P au centre d'une section de fil de longueur $d\ell$ orientée par le vecteur unitaire $\vec{\mathrm{u}}_t$ et un point d'observation M à la distance $r = PM$.

On considère un fil conducteur formant une demi-spire circulaire de rayon R, parcouru par un courant électrique I :



2. (1 point) Quelle est la contribution des deux parties rectilignes du fil au champ magnétique $\vec{\mathrm{B}}$ au point O ?
3. (2 points) Quelle est la contribution de la demi-spire circulaire de fil au champ magnétique $\vec{\mathrm{B}}$ au point O ? Remarquer que tous les points de la demi-spire contribuent également.
4. (1 point (bonus)) Calculer la valeur numérique de la norme $B = \|\vec{\mathrm{B}}\|$ du champ magnétique en ce point pour $I = 2\,\mathrm{A}$ et $R = 5\,\mathrm{mm}$.

On considère maintenant le circuit suivant où les deux demi-spires sont de même rayon R.



5. (1 point) Exprimer le champ magnétique au point O créé par les courants I_1 et I_2 circulant respectivement dans chacune des spires.
6. (1 point (bonus)) Que se passe t-il si $I_1 = I_2 = I$?