Faculté des Sciences
Aix-Marseille Université

Année universitaire 2015/2016

Site : ☐ Luminy ☐ St-Charles ☒ St-Jérôme ☐ Cht-Gombert ☒ Aix-Montperrin ☐ Aubagne-SATIS
Sujet session de : ☐ 1^{er} semestre ☐ 2^{eme} semestre ☒ Session 2 Durée de l'épreuve : 1h30
Examen de : ☐ L1 ☒ L2 ☐ L3 ☐ M1 ☐ M2 ☐ LP ☐ DU Nom diplôme : **Licence Science Pour l'Ingénieur**
Code Apogée du module : Libellé du module : **Electromagnétisme**
Documents autorisés : ☐ OUI ☒ NON Calculatrices autorisées : ☒ OUI ☐ NON

1 Cylindres chargés

Considérons un cylindre creux d'axe (0z), de longueur infinie et de rayon R, portant une densité surfacique de charge homogène σ.

1. Déterminer en justifiant la direction du vecteur champ électrique $\vec{E}$.
2. Exprimer le champ électrique $\vec{E}$ à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre.
3. Exprimer le potentiel électrique V en tout point de l'espace en fonction de la charge surfacique σ et du potentiel à la surface du cylindre $V(R)$.
4. Application numérique : calculer le champ électrique $\vec{E}$ pour le point M ($\vec{OM} = 1\vec{e_x} + 2\vec{e_y} + 3\vec{e_z}$.)

On rajoute un deuxième cylindre creux de même axe (0z), de longueur infinie et de rayon $R_b = \frac{3}{2}R$, portant une charge surfacique $\sigma_b = \frac{-2}{3}\sigma$.

5. Exprimer le champ électrique $\vec{E}$ dans les trois régions de l'espace : à l'intérieur du cylindre de rayon R, entre les deux cylindres, à l'extérieur du cylindre de rayon R_b.

Données numériques : $\sigma = 3\times 10^{-12}\,C\,m^{-2}$, $R = 2\,cm$, $V(R) = 3\,V$ *et* $\epsilon_0 \approx 8.85\,10^{-12}\,F\,m^{-1}$

2 Principe simplifié du moteur à induction

Des rappels, qui pourront être utiles pour résoudre ce problème, sont donnés à la fin de l'énoncé.
On considère deux solénoïdes S_1 et S_2, identiques, d'axe (0z), comportant chacun N spires jointives parcourues par un courant d'intensité i, de rayon a, de longueur l, séparés d'une distance $2d$ (figure 1). Dans la suite, on s'intéressera un champ magnétique créé au point O au centre du système constitué par ces deux solénoïdes.

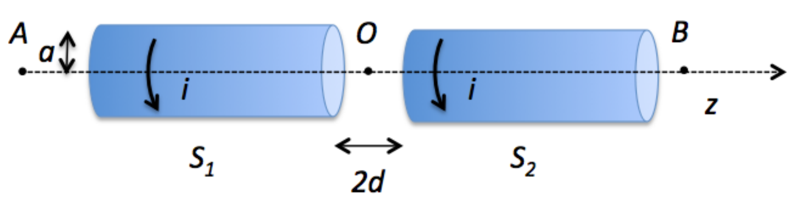
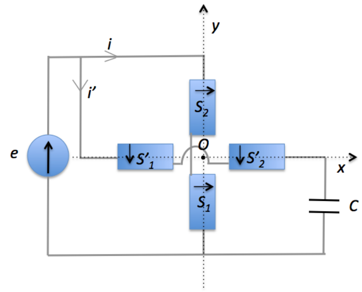


FIGURE 1 – Système [S]

1. Au point O, les champs magnétiques créés par les deux solénoïdes s'opposent-ils ou s'additionnent-ils (justifier) ?
2. Exprimer le champ magnétique créé au point O en fonction de μ_0, N, i et des paramètres géométriques des solénoïdes.

On appelle [S] le système ainsi formé, entre les points A et B, par ces deux solénoïdes et on admet que ce système peut être remplacé par une association d'une résistance R et d'une inductance propre L en série entre ces mêmes points.
On considère le circuit suivant, alimenté par une source de tension $e(t) = E\,cos(\omega\,t)$, où un deuxième système $[S']$



identique au système $[S]$ est associé à ce premier système. Dans ce circuit, les deux solénoïdes S_1 et S_2 (constituant le système [S]) sont d'axe (Oy) et les deux solénoïdes S'_1 et S'_2 (constituant le système $[S']$) sont d'axe (Ox).

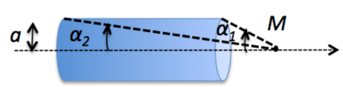
3. Dessiner le circuit électrique équivalent.
4. Exprimer les intensités complexes $\underline{i}$ et $\underline{i'}$ dans les deux branches en fonction de R, L, C et e. On pourra par exemple utiliser la notation complexe ainsi que deux lois des mailles.
5. En choisissant $R = L\omega$ et $2L\omega = \frac{1}{C\omega}$, exprimer le champ magnétique au point O. Montrer que l'extrémité du vecteur champ magnétique décrit un cercle de centre O, dans le plan (O, x, y).

On introduit maintenant une bobine plate au point O, de rayon a_p, constituée de N_p spires (cette bobine est centrée en O) et est d'axe (Ox). Le champ magnétique en ce point peut s'écrire : $\vec{B}(O) = k(cos(\omega t + \psi)\vec{e_x} - sin(\omega t + \psi')\vec{e_y})$ avec k une constante

6. A quel phénomène est soumise cette bobine plate ? Expliquer.
7. Calculer le flux Φ du champ magnétique $\vec{B}$ à travers la bobine.
8. En déduire la force électromotrice induite.

Rappels :

- On rappelle que le module du vecteur champ magnétique créé en un point M par une bobine de longueur finie l, constituée de N spires jointives, parcourues par un courant d'intensité i (figure 2) s'écrit :
$B(M) = \frac{\mu_0 N i}{l}(cos(\alpha_2) - cos(\alpha_1))$



- On rappelle que l'impédance complexe d'une bobine d'inductance L est $jL\omega$ et que l'impédance complexe d'un condensateur de capacité C est $\frac{1}{jC\omega}$.

- Une bobine plate est une bobine dont la longueur est petite devant son rayon.