

Électromagnétisme – examen de première session

Mardi 12 janvier 2016

Pas de documents - calculatrices *collège* autorisées - durée 1h30

Le candidat veillera à écrire lisiblement, soigner la rédaction de sa copie, faire des schémas clairs, préciser les unités de toutes les grandeurs utilisées et **distinguer les scalaires des vecteurs** par une flèche surmontant le symbole de ces derniers.

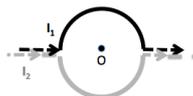
A - Champ magnétique créé par une demi-spire

On considère un fil conducteur formant une demi-spire circulaire de rayon R , parcouru par un courant électrique I :



1. Énoncer la loi de Biot et Savart pour un circuit filiforme. Pour le calcul du champ magnétique au point O , justifier l'emploi de cette loi plutôt que du théorème d'Ampère.
2. Quelle est la contribution des parties rectilignes du fil au champ magnétique au point O ?
3. Intégrer la loi de Biot et Savart sur la demi-spire circulaire et exprimer le champ magnétique au point O .
4. Calculer la valeur numérique de la norme du champ magnétique en ce point pour $I = 2 \text{ A}$ et $R = 5 \text{ mm}$.

On considère maintenant la figure suivante où les deux demi-spires sont de même rayon R :



5. Exprimer le champ magnétique au point O créé par les courants I_1 et I_2 circulant respectivement dans chacune des spires.
6. Que se passe-t-il si $I_1 = I_2 = I$?

B - Bobine dans un champ magnétique variable

Une bobine plate constituée de $N = 500$ spires circulaires de rayon $r = 4 \text{ cm}$ est placée dans un champ magnétique uniforme dont l'amplitude varie dans le temps suivant $B(t) = at + bt^4$.

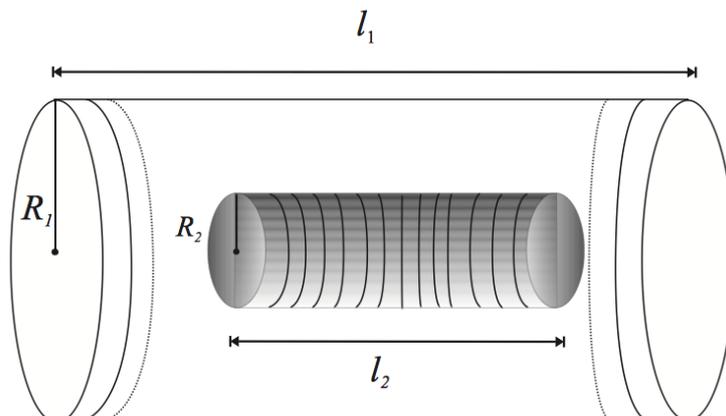
1. L'axe de la bobine étant colinéaire au champ magnétique, déterminer (à un signe près) l'expression de $\Phi(t)$ le flux magnétique à travers les N spires de la bobine.
2. En déduire $e(t)$ la fem induite dans la bobine, et préciser le nom de la loi utilisée.
3. La bobine, de résistance ohmique négligeable, est reliée à une résistance $R = 600 \Omega$. Quel est (en valeur absolue) l'intensité i du courant traversant la bobine à l'instant $t = 5 \text{ s}$? On donne $a = 12 \text{ mT/s}$ et $b = 30 \mu\text{T/s}^4$.

C - Rapport de transformation

Dans l'approximation du solénoïde infini, le champ magnétique créé par un solénoïde de longueur ℓ , de rayon R , de nombre de spires N et traversé par un courant I est uniforme et colinaire à l'axe du solénoïde. Son amplitude vaut

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$$

à l'intérieur du solénoïde, et est nulle à l'extérieur.



On considère deux solénoïdes coaxiaux et concentriques, de longueurs $\ell_1 = \ell_2 = \ell$ égales, de rayons $R_2 \leq R_1$, comportant respectivement N_1 et N_2 spires, et traversés par des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

1. Discuter le signe du coefficient de mutuelle inductance M pour ces deux circuits couplés en fonction de l'orientation relative de leurs courants.
2. Donner l'expression de M lorsque celui-ci est positif et en supposant que $R_2 < R_1 \ll \ell$, par exemple en calculant le flux du champ magnétique créé par le solénoïde 1 à travers les spires du solénoïde 2.
3. Exprimer aussi les coefficients d'inductance propre L_1 et L_2 des deux solénoïdes et en déduire le coefficient de couplage

$$\rho = \frac{\|M\|}{\sqrt{L_1 L_2}}.$$

4. Quelle est la valeur maximale du coefficient de couplage ρ ? Comment régler R_2 en fonction de R_1 pour obtenir cette valeur? On suppose pour la suite de l'exercice que R_2 est ainsi réglé.
5. Les tensions des solénoïdes vérifient le système d'équations différentielles couplées :

$$\begin{aligned} u_1(t) &= L_1 \frac{di_1}{dt}(t) + M \frac{di_2}{dt}(t) \\ u_2(t) &= M \frac{di_1}{dt}(t) + L_2 \frac{di_2}{dt}(t) \end{aligned}$$

Calculer le rapport des tensions $r = u_2(t)/u_1(t)$, appelé rapport de transformation.

6. Quel phénomène, qui réduira ce rapport, a été oublié dans les lois des tensions de la question précédente?
7. Pour quelle application ce montage est-il utilisé dans la distribution de l'énergie électrique?