

Électromagnétisme – examen de première session

Lundi 12 janvier 2015

Pas de documents - calculatrices *collège* autorisées - durée 1h30

Le candidat veillera à écrire lisiblement, soigner la rédaction de sa copie, faire des schémas clairs, préciser les unités de toutes les grandeurs utilisées et indiquer les vecteurs par une flèche surmontant leur symbole.

A - Rapport de transformation

Dans l'approximation du solénoïde infini, le champ magnétique créé par un solénoïde de longueur ℓ , de rayon R , de nombre de spires N et traversé par un courant I est uniforme et colinaire à l'axe du solénoïde. Son amplitude vaut

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$$

à l'intérieur du solénoïde, et est nulle à l'extérieur.

On considère deux solénoïdes coaxiaux et concentriques, de longueurs égales ℓ , de rayons $R_1 \leq R_2$, comportant respectivement N_1 et N_2 spires, et traversés par des courants $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

1. Discuter le signe du coefficient de mutuelle inductance M pour ces deux circuits couplés en fonction de l'orientation relative de leurs courants.
2. Donner l'expression de M lorsque celui-ci est positif et en supposant que $R_1 < R_2 \ll \ell$, par exemple en calculant le flux du champ magnétique créé par le solénoïde 2 à travers les spires du solénoïde 1.
3. Exprimer aussi les coefficients d'inductance propre L_1 et L_2 des deux solénoïdes et montrer que le coefficient de couplage ρ a la valeur suivante :

$$\rho = \frac{\|M\|}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{R_1}{R_2}.$$

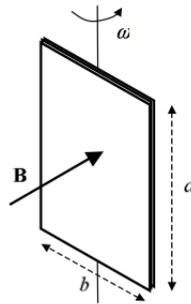
4. Quelle est la valeur maximale du coefficient de couplage ρ ? Quelle relation existe alors entre R_1 et R_2 ? On suppose pour la suite de l'exercice cette relation vérifiée.
5. Les tensions des solénoïdes vérifient le système d'équations différentielles couplées :

$$\begin{aligned} u_1(t) &= L_1 \frac{di_1}{dt}(t) + M \frac{di_2}{dt}(t) \\ u_2(t) &= M \frac{di_1}{dt}(t) + L_2 \frac{di_2}{dt}(t) \end{aligned}$$

Calculer le rapport des tensions $r = u_2(t)/u_1(t)$, appelé rapport de transformation.

6. Quel phénomène, qui réduira ce rapport, a été oublié dans les lois des tensions de la question précédente?
7. Pour quelle application ce montage est-il utilisé dans la distribution de l'énergie électrique?

B - Générateur



Une bobine plate, rectangulaire et indéformable, de côtés $a = 20$ cm et $b = 10$ cm, est constituée d'un conducteur cylindrique de diamètre $d = 1$ mm et de conductivité $\gamma = 6,25 \cdot 10^7$ S/m enroulé en une spire rectangulaire. La bobine tourne avec une fréquence de 600 tours par minute autour d'un axe vertical situé dans le plan de la bobine. Elle est placée dans un champ magnétostatique uniforme d'intensité $B = 1$ T perpendiculaire à l'axe de rotation.

1. Quelle est la vitesse de rotation ω en radians par seconde de la bobine ? En déduire $\theta(t)$, l'angle entre le vecteur champ magnétique et la normale à la bobine, en fonction de ω et en supposant $\theta(0) = 0$.
2. Calculer la force électromotrice e générée par induction électromagnétique dans la bobine. Préciser la loi utilisée.
3. Calculer la résistance R de la spire rectangulaire. On considèrera pour cela qu'elle est la somme des résistances des quatre tronçons cylindriques formant les côtés du rectangle. Donner l'expression de R ainsi que sa valeur numérique.
4. En déduire l'expression du courant $i(t)$ induit dans la bobine.
5. Pour un temps t fixé, faire un schéma indiquant la direction et le sens du champ magnétique, le sens de rotation, le sens du courant et la direction et le sens de la normale à la bobine.
6. Préciser la valeur numérique de l'amplitude I_0 du courant $i(t)$. Quelle est la nature de ce courant ?
7. Quelle est la force de Laplace \vec{F} exercée sur un côté (à choisir) de la bobine ? Quelle est la force résultante totale \vec{F}_{tot} exercée sur toute la bobine ? On pourra utiliser l'expression $d\vec{F} = i(t)d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ pour ces forces.
8. Calculer le vecteur couple $\vec{\Gamma}$ exercé par les forces de Laplace sur la bobine. On pourra utiliser l'expression $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ où le moment dipolaire magnétique \vec{m} est colinéaire à la normale à la bobine et de même sens, et d'amplitude le produit de l'intensité dans la bobine par l'aire de la surface qui s'appuie sur la bobine.
9. Décrire l'action mécanique du champ magnétique sur la bobine indéformable.
10. (Question subsidiaire) Dans quel sens ces forces auraient-elles tendance à déformer la bobine (compression ou étirement) ? N'oubliez pas de prendre en compte la nature du courant.