

Examen partiel d'Electromagnétisme

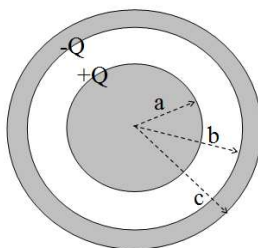
Contrôle continu 2 - lundi 19 novembre 2012

Pas de documents - calculatrices *collège* autorisées

Les vecteurs sont notés en **gras** et les autres grandeurs en *italique*. Le candidat veillera à écrire lisiblement, soigner la rédaction de sa copie, faire des schémas clairs, mentionner le nom des théorèmes et lois utilisés, définir les grandeurs introduites et préciser leur unité.

A - Condensateur cylindrique

Un condensateur cylindrique est constitué de deux armatures métalliques cylindriques de même axe, de hauteur considérée comme infinie le long de l'axe, et séparés par de l'air. La première armature est un cylindre plein de rayon a , la seconde un cylindre creux de rayon intérieur b et de rayon extérieur c . Par unité de longueur le long de l'axe, la surface de la première armature porte une charge $+Q$ uniformément répartie, et de manière similaire la surface intérieure de la seconde armature porte une charge $-Q$ (cf schéma ci-dessous). Le condensateur est globalement neutre.



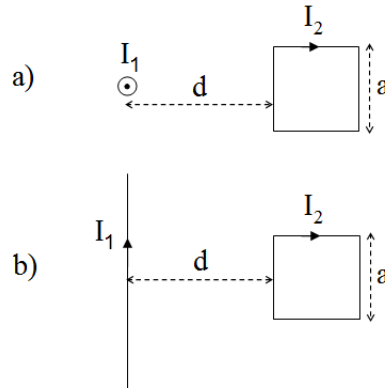
Le champ électrique créé par cette distribution de charges cylindrique est radial en coordonnées cylindriques, de la forme $\mathbf{E} = E(r)\mathbf{u}_r$, où r est la distance par rapport à l'axe et \mathbf{u}_r le vecteur unitaire radial.

1. Calculer le champ électrique en tout point de l'espace, en distinguant les cas $r < a$, $a < r < b$, $b < r < c$ et $c < r$. Utiliser au besoin le théorème de Gauss sur un cylindre de rayon r et de hauteur unitaire $h = 1$ m le long de l'axe. Le champ électrique est-il continu? Montrer que le champ électrique s'écrit $E(r) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r}$ pour $a < r < b$.
2. Quelle est la relation générale entre la variation de potentiel élémentaire dV et le champ électrique? Sachant qu'ici V ne dépend que de r , que devient la relation précédente?
3. Calculer le potentiel en tout point de l'espace, en considérant le potentiel de référence $V = 0$ obtenu en $r = a$.
4. Calculer la différence de potentiels $U > 0$ entre les deux armatures du condensateur.
5. Quelle relation générale définit la capacité d'un condensateur? Calculer la capacité par unité de longueur C pour ce condensateur sphérique.
6. L'air entre les deux armatures est remplacé par de l'huile de constante diélectrique $\epsilon_r = 4$. Quelles sont les nouvelles expressions du champ électrique entre les deux armatures et de C ? Faire l'application numérique pour C avec $Q = 10$ C, $a = 2$ cm et $b = 2,5$ cm. On a de plus $\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$ (SI).

B - Magnétostatique et circuits électriques

Un fil rectiligne infini dans l'air est parcouru par un courant I_1 . Une spire carrée de côté a est parcourue par un courant I_2 .

1. Quelle est la symétrie du champ magnétique créé par le fil infini ? Donner l'orientation de ce champ et indiquer de quelle(s) coordonnée(s) dépend son amplitude. Reporter ces informations sur un schéma.
2. Enoncer le théorème d'Ampère.
3. Utiliser ce théorème pour calculer l'amplitude B du champ magnétique créé par le fil infini.
4. Quelle est la définition du coefficient d'inductance mutuelle M entre deux circuits électriques ?
5. Calculer M entre le fil infini et la spire carrée, située à une distance d du fil, dans les deux cas suivants (cf schéma ci-dessous) : a) le plan de la spire carrée est orthogonal au fil, b) le plan de la spire contient le fil infini.



6. Le fil infini est en fait un cylindre de section $S = 2 \text{ mm}^2$ avec $I_1 = 5 \text{ A}$. Quelle est la relation générale entre I_1 et la densité volumique de courant \mathbf{j}_1 parcourant le fil ? En considérant cette dernière uniforme, calculer sa valeur numérique.
7. Le fil possède une conductivité $\gamma = 4 \cdot 10^7 \text{ S/m}$. Calculer la résistance R par mètre de fil.
8. Les électrons du fil se déplacent à une vitesse $v = 0,5 \text{ mm/s}$. Quelle est le sens de la vitesse par rapport à celui de \mathbf{j}_1 ? Calculer la densité volumique de charges libres dans le fil.