Université Aix Marseille III Paul Cézanne
Faculté des sciences - andre.nicolet@fresnel.fr

Module PH302
physique du mouvement
année 2009-2010

Planche 3 : systèmes de particules.

Remarque : les grandeurs vectorielles sont notées **en gras**.

1. Soient deux particules de masse respectivement m_1 et m_2. Leur vitesse relative est $\mathbf{v}$ et la vitesse de leur centre de masse est $\mathbf{V}$ dans le repère choisi. Soient M la masse totale et μ la masse réduite. Montrez que l'énergie cinétique totale (par rapport au repère choisi) est égale à
$$\frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}\mu v^2.$$
2. Une grenade tombant verticalement explose en deux fragments égaux lorsqu'elle est à $2000m$ d'altitude et a une vitesse de chute de $60m/s$. On suppose que les deux fragments tombent également parfaitement verticalement. Immédiatement après l'explosion, l'un des fragments retombe avec une vitesse de $80m/s$.
   - Trouver la position du centre de gravité du système $10s$ après l'explosion (sans considérer les fragments !).
   - Trouver la position des fragments du système $10s$ après l'explosion et vérifier la position du centre de gravité après $10s$.
3. Théorème du viriel - dans un système à N particules, montrez que la valeur moyenne dans le temps de l'énergie cinétique vaut :
$$< E_c >=< \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} m_i\, v_i^2 >= -\frac{1}{2} < \sum_{i=1}^{N} \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i >= -\frac{1}{2}\mathcal{V}$$
avec $< f >= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$ la moyenne temporelle de f. La grandeur $\mathcal{V}$, homogène à une énergie, est appelée le *viriel* du système.
4. Montrez la troisième loi de Képler pour le mouvement des planètes : les carrés des périodes de révolution des planètes sont proportionnels aux cubes des demis grands axes de leurs orbites.
   - Dans le cas particulier d'orbites circulaires.
   - Dans le cas des orbites elliptiques.
5. On suppose que les forces internes d'un système de particules sont conservatives et dérivent de potentiels $V_{ij}(r_{ij}) = V_{ji}(r_{ij})$ où
$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$$
est la distance entre les particules i et j du système. Montrez que le travail des forces internes (la force interne agissant sur la particule i due à la particule j est $\mathbf{f}_{ij} = -grad_i V_{ji}$) est égal à la variation d'énergie potentielle interne :
$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\int_{\acute{e}tat1}^{\acute{e}tat2} \mathbf{f}_{ij}\cdot d\mathbf{r}_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} V_{ij}|_{\acute{e}tat1} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} V_{ij}|_{\acute{e}tat2}$$