Université Aix Marseille III Paul Cézanne
Faculté des sciences

Module PH302
physique du mouvement
année 2009-2010

Planche 1 : révisions-bilan en mécanique du point. Etude du principe d'un accélérateur de particules

Le "LHC" ("Large Hadron Collider") est un accélérateur de particules de nouvelle génération et la plus grande machine jamais construite par l'homme. Sa précision est redoutable et sa construction a pris vingt ans de travail à des dizaines d'équipes internationales de chercheurs, techniciens et constructeurs du "CERN" (Organisation Européenne de la Recherche Nucléaire). L'appareil est à cheval sur la frontière franco-suisse, non loin de Lausanne. Le LHC a fait la une des journaux lors de son premier test, le 10 septembre 2008, certains s'inquiétant de l'énergie des chocs testés, craignant la création de particules dangereuses.

L'étude de cette immense instrument est hors de portée d'un étudiant de premier cycle universitaire ; cependant, nous nous proposons dans ce TD de "révisions-bilan en mécanique du point", d'avoir un aperçu du fonctionnement général d'un accélérateur de particules en mécanique newtonienne. Les étudiants intéressés par le LHC et le CERN pourront se renseigner sur le site internet francophone `http ://www.lhc-france.fr/` ou bien lire la brochure de présentation du LHC disponible gratuitement à l'adresse :
`http ://cdsweb.cern.ch/record/1095481/files/CERN-Brochure-2008-001-Fre.pdf`.
Remarque : pour chaque question, on demande de donner d'abord le résultat littéral et de ne faire l'application numérique qu'après, le cas échéant.

I. Le champ électromagnétique

Une particule chargée (de charge algébrique q) placée dans un champ électromagnétique ($\vec{E}$, $\vec{B}$) est soumise à une force appelée "force de Lorentz" qui s'écrit :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \qquad (1)$$

Où $\vec{v}$ est la vitesse de la particule.
a) Calculer la puissance instantanée de la force de Lorentz. Remarque ? On pourra en particulier séparer les puissances respectives de la force liée au champ électrique ($\vec{F_e} = q\vec{E}$) et de celle issue du champ magnétique

($\vec{F_b} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$).
b) Quel est le travail entre deux points A et B de la force $\vec{F_b}$?
c) Donner l'énoncé du théorème de l'énergie cinétique. Peut-on modifier l'énergie cinétique d'une particule grâce à un champ magnétique seul ? Comment "accélérer" la particule ?

II. Zone d'accélération : une particule dans un champ électrique

On considère le problème très simple suivant : une particule est libérée en un point O du laboratoire sans vitesse initiale. On applique dans tout le laboratoire un champ électrique constant horizontal $\vec{E_0}$.
On propose les ordres de grandeur suivant : masse de la particule m_e=9.10^{-31} kg, charge q =-1,6.10^{-19} C, champ électrique E_0 = 10 000 V/m.
a) Proposer un référentiel d'étude, cohérent avec le problème posé.
b) Définir le système étudié, ainsi que les forces qui lui sont appliquées.
c) A partir de l'énoncé de la deuxième loi de Newton, donner les équations différentielles régissant le mouvement de la particule.
d) En déduire l'équation paramétrique de la trajectoire de la particule .
e) Au bout d'un temps τ, quelle est la distance horizontale l parcourue par la particule ? Quelle est la déviation verticale h provoquée par le poids ? Comparer les deux valeurs, conclure.
f) Donner la vitesse acquise par la particule au bout d'un couloir d'accélération de 10 cm. Commenter.
g) En négligeant la pesanteur, retrouver le résultat précédent grâce au théorème de l'énergie cinétique.

III. Zone de déviation : une particule dans un champ magnétique

Pour accélérer une particule, un champ électrique suffit (c'est par exemple le cas dans un tube cathodique ou canon à électrons). Cependant, il est souvent utile, pour gagner de la place, de dévier la particule le long d'un cercle. En quelques points du cercle, la particule sera accélérée par un champ électrique. C'est le principe du cyclotron, qui, modifié et perfectionné, aboutit aux accélérateurs modernes.

On considère le problème suivant : une particule chargée se trouve à l'instant initial au point A animée d'une vitesse $\vec{v}_A$ horizontale. Un champ magnétique constant, vertical est appliqué dans le laboratoire. Les valeurs numériques sont les mêmes que précédemment.

1) Equations du mouvement.

a) Proposer un référentiel d'étude, cohérent avec le problème posé.
b) Définir le système étudié, ainsi que les forces qui lui sont appliquées. On négligera le poids de la particule : justifier cette hypothèse.
c) A partir de l'énoncé de la deuxième loi de Newton, donner les équations différentielles régissant le mouvement de la particule. Commentaire ?

2) Deuxième approche.

Pour résoudre un problème un peu complexe, il est souvent utile d'utiliser des "intégrales premières du mouvement", c'est à dire les théorèmes sur l'énergie, le moment cinétique, ... et quelques astuces. C'est ce que nous proposons dans cette deuxième partie.
a) En reprenant les résultats du $I.c$) montrer que la norme de la vitesse est constante au cours du mouvement.
b) En utilisant l'équation différentielle sur l'axe des altitudes (z) obtenue au 1) ainsi que les conditions initiales, montrer que le mouvement est contenu dans le plan horizontal.
c) Calculer la norme de la force de Lorentz F_b, montrer que c'est une constante.
d) Rappeler l'expression de l'accélération tangentielle et l'accélération normale dans la base de Frénet.
e) En appliquant la troisième loi de Newton dans la base de Frénet, montrer que le rayon de courbure R de la trajectoire est constant. Conclusion ?

3) Description du mouvement.

a) Donner la position du centre C d'un repère adapté pour une représentation en coordonnées cylindriques.
b) Donner la trajectoire de la particule en coordonnées cartésiennes, puis en coordonnées cylindriques.
c) Calculer de même la vitesse $\vec{v}$ de la particule dans ces deux systèmes de coordonnées. Quel système vous paraît le plus adapté ?
d) Calculer le moment cinétique de la particule par rapport au point C en coordonnées cylindriques.
e) Exprimer $\vec{F_b}$ en coordonnées cylindriques, puis le moment de $\vec{F_b}$ en C. Commentaire ?